

## TP 1 – Piles, Parenthèses, Pologne

### 1. ÉCHAUFFEMENT

- (0) Prendre le temps de se réhabituer à la syntaxe de Python. Jouer un peu avec des piles. Pourquoi ne pas programmer une des fonctions vues en exemple dans le cours ?

### 2. EXPRESSIONS BIEN PARENTHÉSÉES

On considère des expressions mathématiques contenant des parenthèses. Le problème qui nous intéresse est d'étudier si les parenthèses sont placées de manière syntaxiquement correcte.

Remarquons que tous les caractères autres que des parenthèses n'ont aucun intérêt dans le cadre de ce problème, on pourra donc les omettre et considérer des « mots » formés uniquement à l'aide des caractères ( et ).

- (1) Formuler une condition nécessaire et suffisante pour que le parenthésage d'un tel mot soit syntaxiquement correct.
- (2) Écrire un programme qui vérifie si un mot est correctement parenthésé<sup>1</sup>.
- (3) Écrire un programme qui, étant donné un mot bien parenthésé, renvoie la liste des indices des couples de parenthèses correspondantes.

Ex :  $((())()) \mapsto [(0, 7), (1, 4), (2, 3), (5, 6)]$

- (4) Considérons l'encodage suivant : étant donné un mot bien parenthésé, on lui associe une liste d'entiers relatifs, où la  $k$ -ème parenthèse ouvrante est encodée par le nombre  $k$  ( $k \geq 1$ ) et la parenthèse fermante correspondante par le nombre  $-k$ .

Ex :  $((())()) \mapsto [1, 2, 3, -3, -2, 4, -4, -1]$

Écrire un programme qui, étant donnée une liste d'entiers relatifs, vérifie que celle-ci correspond à l'encodage d'un mot bien parenthésé.

- (5) (★) Démontrer que le nombre de mots bien parenthésés de longueur  $2n$  est  $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$  (ce nombre est appelé  $n$ -ième *nombre de Catalan*)

### 3. NOTATION POLONAISE INVERSÉE

On appelle *notation polonaise inversée*<sup>2</sup> une façon de noter les opérations mathématiques dans laquelle on écrit d'abord les deux opérands, puis l'opérateur<sup>3</sup>.

Par exemple, le calcul  $(2 \times 3) + 4$  devient  $2\ 3\ \times\ 4\ +$ .

Cette notation présente l'avantage de ne jamais avoir besoin de parenthèses et d'être très simple à évaluer de manière automatique. C'est la raison pour laquelle elle a été notamment utilisée par les calculatrices HP dans les années 1970 et 1980.

- (6) Écrire un programme qui évalue une expression arithmétique en notation polonaise inversée contenant des entiers positifs et les quatre opérations arithmétiques usuelles. L'expression d'entrée pourra être au choix sous forme de liste ou de chaîne de caractères.
- (7) Expliquer quel est le problème si on souhaite pouvoir saisir utiliser le signe  $-$  pour désigner les nombres négatifs.

---

1. l'utilisation de piles n'est pas indispensable ici

2. ainsi nommée car c'est la version inversée d'une notation proposée par le logicien polonais Jan Łukasiewicz en 1924

3. on parle de notation *postfixe*