

TP 6 - DIFFRACTION

On va dans ce TP estimer la largeur d'un cheveu en utilisant le phénomène de diffraction. A cet effet, on va utiliser une régression linéaire afin de faire une interpolation.

Objectifs :

- Trouver la loi déterminant l'ouverture angulaire d'un cône de diffraction en fonction de la taille l'ouverture.
- Utiliser cette loi expérimentale pour déduire la largeur d'un objet.

I Régression linéaire

I.1 Théorie

Lorsque l'on souhaite établir une loi physique, on ne peut pas se contenter d'une seule mesure : il faut en effectuer plusieurs pour vérifier que la loi est valable sur tout l'intervalle des mesures effectuées. Par exemple si on veut vérifier la loi d'Ohm $U = RI$ on va faire un ensemble de n mesures $\{U_1, I_1\}, \{U_2, I_2\}, \{U_3, I_3\}, \dots, \{U_n, I_n\}$. On va alors placer les points $\{U_i, I_i\}$ sur un graphique et essayer de faire passer une droite le plus près possible de tous les points (avec leurs incertitudes).

On confie la tâche de trouver la droite la plus proche de tous les points (en utilisant la *méthode des moindres carrés* qu'on ne détaillera pas ici) à un logiciel, par exemple *Regressi*.

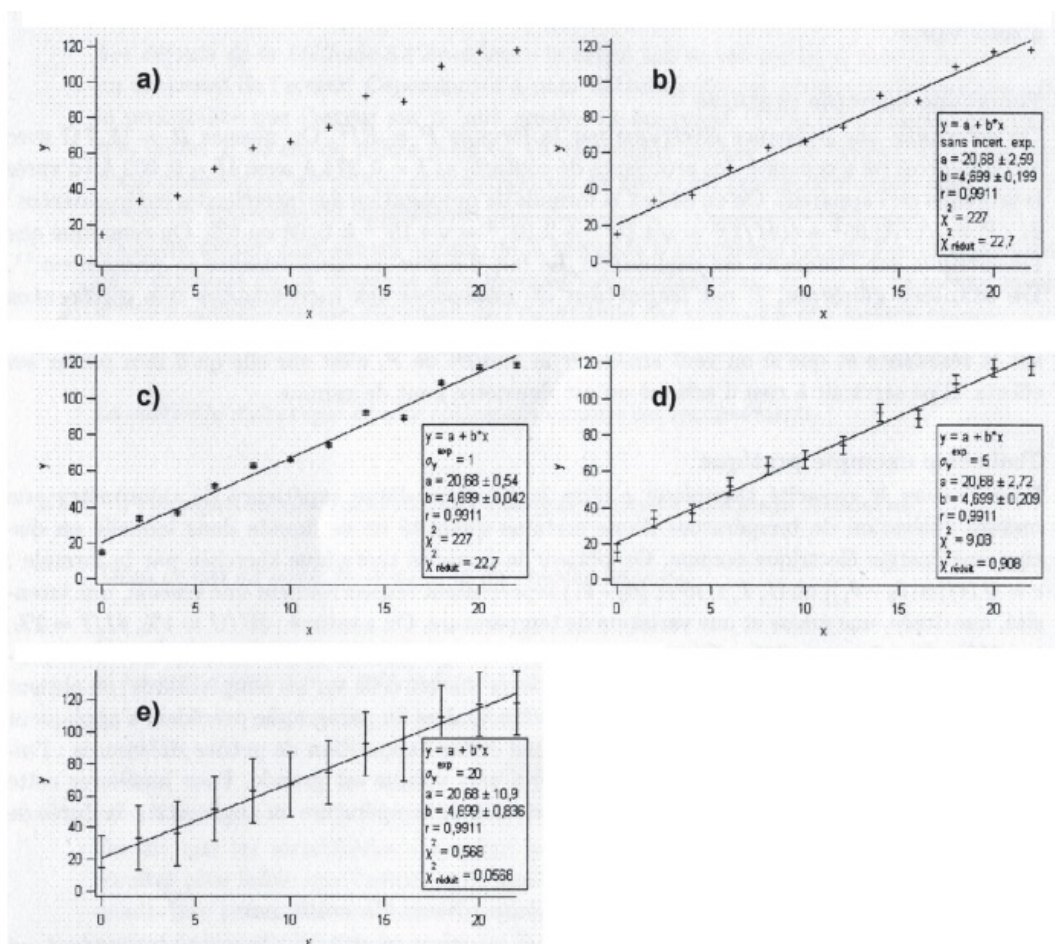


FIGURE 1 – Exemples de régressions linéaires

Il est ensuite nécessaire de vérifier que la droite trouvée passe proche de tous les points. Une manière de quantifier la justesse de la loi est de vérifier que le coefficient $\chi^2_{\text{réduit}}$ (on dit "ki 2 réduit") est proche

de 1. On l'obtient sous *Regressi* dans les options de modélisation : utiliser les incertitudes.

Question (I.1)

Vous pouvez observer à la figure 1 des exemples de régression linéaires. Commentez ce que vous observez (en regardant aussi la valeur du $\chi^2_{\text{réduit}}$).

Si jamais la loi que l'on veut modéliser n'est pas linéaire, par exemple dans le cas d'une force coulombienne $F(r) = \frac{\alpha}{r^2}$, on se ramène au cas linéaire en traçant F en fonction de r^{-2} .

I.2 Exemple

On effectue des mesures afin de déterminer la valeur d'une résistance. On regarde donc la tension à ses bornes lorsqu'on y fait circuler un courant I variable. L'incertitude sur la mesure de la tension est $u(U) = 3 \text{ mV}$, et celle sur le courant est $u(I) = 0,1 \text{ mA}$. On obtient les résultats suivants :

U(mV)	9	20	32	39	50	58	68	79	86	95	107	109	133	142	156
I (mA)	0,8	1,7	2,7	3,2	4,2	5,2	5,7	6,8	7,3	8,4	9,0	9,4	11,1	12,3	12,6

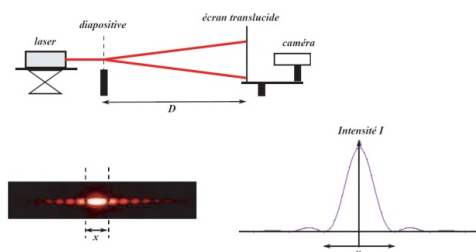
Question (I.1)

En effectuant une régression linéaire, déterminez la valeur de la résistance ainsi que son incertitude.

II Application à la mesure de l'épaisseur d'un cheveu

Objectif : Déterminez l'épaisseur d'un cheveu grâce au phénomène de diffraction et en réalisant une régression linéaire.

Vous disposez d'un banc optique gradué, d'un jeu de 7 fentes calibrées, d'un laser, une caméra et le logiciel de traitement d'images *Ovisio*. Le laser est diffracté par une fente et on filme la tache faite par la diffraction sur un écran translucide située à distance D de la fente. L'image numérisée prise par la caméra est ensuite traitée numériquement afin de déterminer la taille x de la tache centrale de diffraction.



Diffraction : Lorsqu'une onde traverse une fente ou un objet de taille a comparable à sa longueur d'onde λ , l'onde est diffractée : il se produit un étalement angulaire de l'onde, avec un cône de diffraction de demi-angle d'ouverture $\theta \simeq \frac{\lambda}{a}$.
Le théorème de Babinet indique qu'à l'exception de la tache centrale, la figure de diffraction obtenue par une fente ou un objet de même forme que la fente sont similaires.

II.1 Calibration du montage

Question (II.1)

Mesurez au mètre ruban la distance D entre le porte-diapositive avec les fentes et l'écran de la caméra.

Question (II.2)

Réalisez la figure de diffraction avec la fente de largeur $a = 0,07 \text{ mm}$ et estimez la largeur de la tache centrale $x = x_1 - x_2$ à l'aide du logiciel :

- II.2.a.) Sélectionnez la zone sur l'image dont on veut voir le profil d'intensité avec clic gauche pour la limite à gauche et clic droit pour la limite à droite. L'image de la tache de diffraction doit être barrée d'un trait jaune qui doit dépasser **largement** de chaque côté.
- II.2.b.) Utilisez les curseurs disponibles dans la fenêtre *Profils et mesures* afin de déterminer x_1 et x_2 . Vous pouvez éventuellement ajuster le contraste et la luminosité dans le menu *vidéo, réglages, caméra*.
- II.2.c.) Estimez également l'incertitude associée à cette mesure par une incertitude de type B : Si on note d l'intervalle dans lequel on est sûr d'avoir la mesure, l'incertitude associée est $u = \frac{d}{\sqrt{12}}$.

Question (II.3)

Dans *Regressi*, inscrivez la valeur de la largeur de tache pour cette largeur de fente, puis répétez les mesures pour chaque fente à votre disposition. Pour les fentes larges, on peut intercaler du papier pour diminuer la luminosité, pour les fentes minces dont la tache dépasse de l'image filmée, vous mesurerez à la règle ou au mètre ruban.

Question (II.4)

Tracez la courbe $x = f(1/a)$ et modélisez la par une loi de proportionnalité. N'oubliez pas de prendre en compte les incertitudes sur x (on négligera celles sur a ou $1/a$).

II.2 Épaisseur d'un cheveu

Question (II.1)

Faites la figure de diffraction du cheveu, et trouvez une manière de revenir à son épaisseur utilisant les résultats précédents. Vous n'oublierez pas de déterminer l'incertitude associée à votre mesure et votre calcul, et vous détaillerez la démarche utilisée.

Question (II.2)

D'après la théorie, $x = \frac{2D\lambda}{a}$. Que trouvez-vous comme valeur de λ (avec les incertitudes) ?

III Utilisation d'une barrette CCD (si il reste du temps)

Il est aussi possible de faire cette mesure sans traitement d'image, en utilisant une "barrette" CCD. Il s'agit d'un alignement de plusieurs pixels placés les uns à côté des autres. Chaque pixel est un photorécepteur qui charge un condensateur lorsqu'il est frappé par des photons. Une tête de lecture de capteurs effectue un balayage des pixels à la fréquence demandée (on fixe un temps d'exposition des pixels qui dépend de l'éclairement) en déchargeant chaque condensateur et mesurant la charge accumulée entre deux lectures (proportionnelle au nombre de photons captés, donc à l'intensité lumineuse).

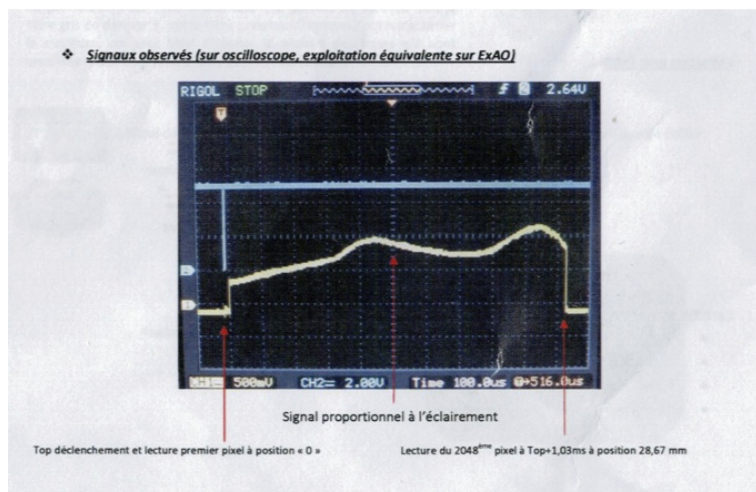
D'après la documentation du fabricant, les 2048 pixels sont lus en 1,03 ms (incertitude relative 1 %). La taille totale de la barrette est de 28,67 mm.

Question (III.1)

Quelle est la taille d'un pixel ? En combien de temps est-il lu ?

Question (III.2)

Avec un oscilloscope qui déclenche sur la sortie "trigger" de la barrette CCD, on peut observer la lecture de la charge accumulée pendant le temps d'exposition de chacun des 2048 pixels, donc un signal proportionnel à l'intensité lumineuse (voir ci-contre). Le montage est réalisé sur la paillasse professeur.



III.2.a.) En utilisant les capteurs de l'oscilloscope du mode *Mesure*, combien de temps dure la lecture des pixels correspondants à la tache centrale ?

III.2.b.) Déduisez-en combien de pixels sont lus pendant ce temps.

III.2.c.) Déterminez la largeur de la tache centrale sur ce montage, en prenant en compte les incertitudes.

III.2.d.) Est-ce compatible avec la loi trouvée précédemment ?