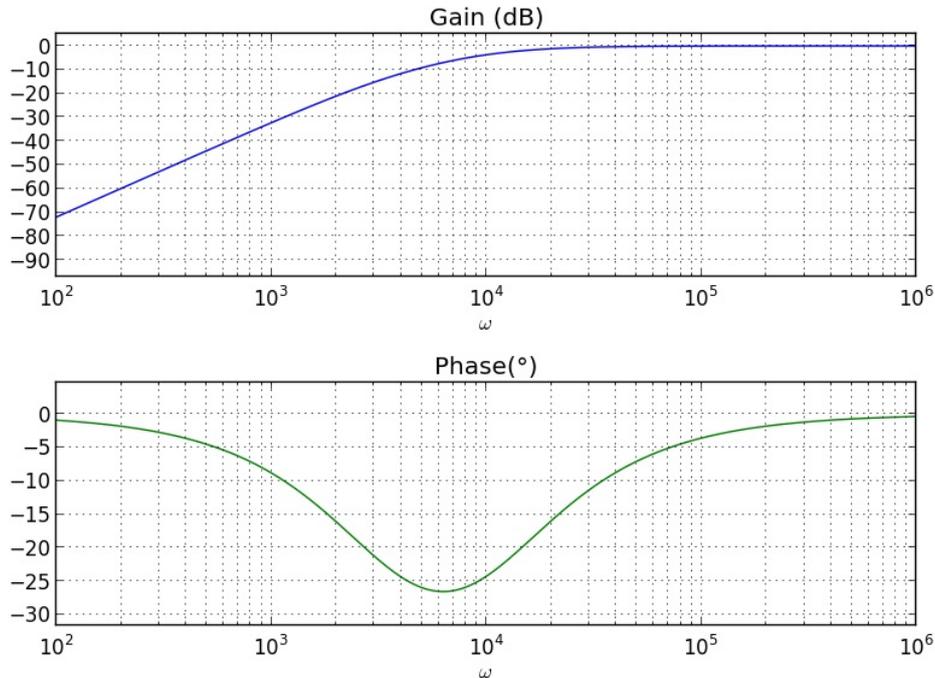


TD 21 - FILTRAGE

1 Etude d'un diagramme de Bode



Question (1. 1)

Quel est le type de filtre dont le diagramme de Bode est représenté ci-dessus ?

Question (1. 2)

Ce filtre a-t-il un domaine sur lequel il se comporte comme un intégrateur ou un dérivateur ?

Question (1. 3)

Quelle est la sortie du filtre $s(t)$ sachant que l'entrée est $e(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t + \phi_2) + A_3 \cos(\omega_3 t + \phi_3)$ avec les paramètres $A_1 = A_2 = 10$ V, $A_3 = 1,0$ V, $\omega_1 = 200$ s⁻¹, $\omega_2 = 4,0 \cdot 10^3$ s⁻¹, $\omega_3 = 1,0 \cdot 10^5$ s⁻¹, $\phi_2 = 10^\circ$ et $\phi_3 = 45^\circ$?

Question (1. 4)

Un expérimentateur a obtenu les oscillogrammes de la page suivante pour une entrée $e(t)$ avec la sortie de ce filtre correspondante $s(t)$ réalisés avec la même échelle horizontale, mais qui est devenue illisible à l'impression. En utilisant le diagramme de Bode, déterminer la valeur de la pulsation.

2 Analyse de fonctions de transfert

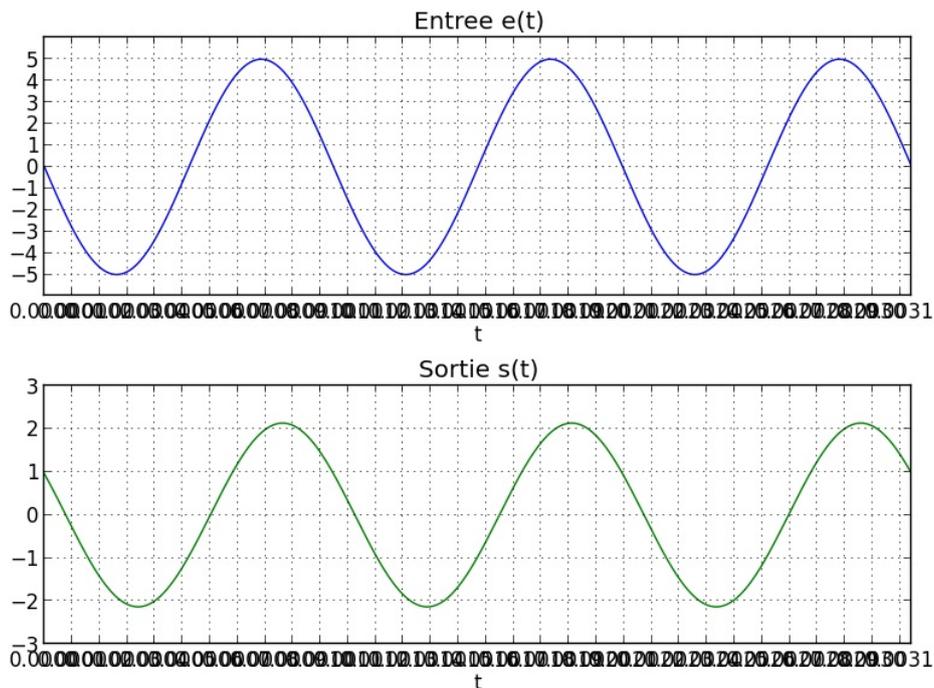
On étudie 3 filtres de fonctions de transfert respectives $\underline{H}_1 = \frac{x^2}{1 + \frac{j}{Q}x + x^2}$, $\underline{H}_2 = \frac{1-x^2}{1-x^2 + jx}$ et $\underline{H}_3 = \frac{jx}{1 - Qx^2 + jx}$.

Question (2. 1)

En étudiant les comportements hautes et basses fréquences, déterminer de quel type de filtre il s'agit.

Question (2. 2)

Montrer que le troisième filtre a un comportement dérivateur à basses fréquences et intégrateur à hautes fréquences.



Question (2. 3)

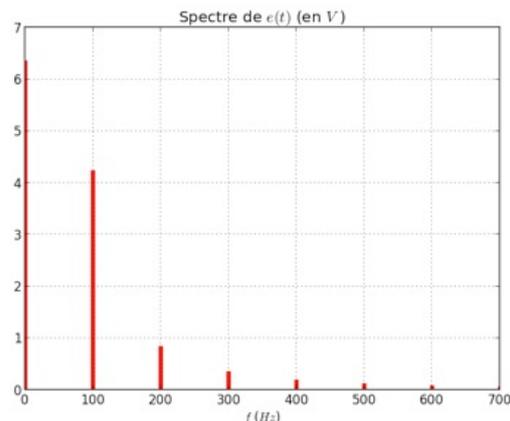
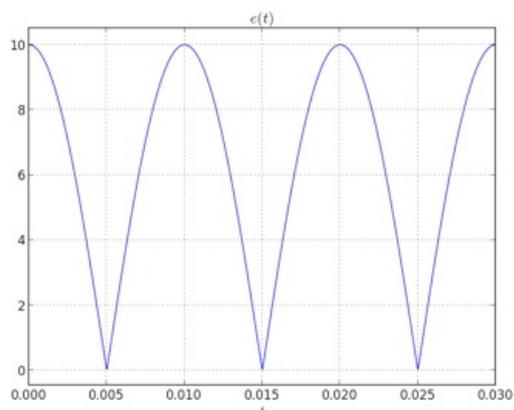
Pour ce troisième filtre, on donne $Q = 5$ et $\omega_0 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$. Quelle sera la sortie si on applique en entrée une tension $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ avec $E_m = 1,0 \text{ V}$ et $\omega = 200 \text{ s}^{-1}$?

3 Obtention d'une tension continue

L'utilisation de certains appareils nécessite une tension continue (par exemple un chargeur de téléphone portable), alors que celle délivrée par l'EDF est une tension sinusoïdale (qui plus est de tension efficace bien plus élevée que celle requise par l'appareil). On procède donc en plusieurs étapes, la première étant un redressement double alternance, permettant d'obtenir la tension $e(t) = U_m |\cos(2\pi ft)|$ avec $U_m = 10 \text{ V}$ et $f = 50 \text{ Hz}$ ci-dessous. On peut calculer alors la décomposition en série de Fourier de cette tension, et on trouve :

$$e(t) = U_m \left[\frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{(-1)^p}{1 - 4p^2} \cos(4\pi pft) \right].$$

On a représenté le spectre obtenu ci-dessous à droite. Le but est dorénavant d'obtenir en sortie d'un filtre que l'on va déterminer une tension qui soit la plus lisse possible. Pour quantifier le caractère continu d'une tension, on définit l'ondulation qui est le rapport de l'amplitude de la première fréquence non-nulle dans le spectre par la valeur moyenne du signal. Par exemple, la tension $s(t) = 4 + 3\cos(\omega_1 t)$ a une ondulation $\tau = 3/4$. L'utilisation du chargeur de téléphone portable étudié stipule que l'on doit avoir une ondulation $\tau < 1/10$.



Question (3. 1)

Exprimer puis calculer la valeur moyenne de $e(t)$.

Question (3. 2)

On considère pour la suite que $e(t)$ est composée uniquement de sa composante continue (sa valeur moyenne) et de la première composante sinusoïdale à 100 Hz. Justifier cette hypothèse.

Question (3. 3)

Calculer τ_e l'ondulation de $e(t)$. Peut-on directement utiliser $e(t)$ pour le chargeur ?

Question (3. 4)

On va donc utiliser un filtre. En réfléchissant au comportement souhaité, de quel type de filtre doit-il s'agir ? Comment en fabriquer un avec une résistance R et un condensateur C (faire un schéma) ?

Question (3. 5)

Exprimer la fonction de transfert du filtre proposé en fonction de $x = \frac{\omega}{\omega_0} = RC\omega$.

Question (3. 6)

Faire une analyse asymptotique du gain et de la phase, on précisera la pente des éventuelles asymptotes.

Question (3. 7)

Tracer le diagramme de Bode.

Question (3. 8)

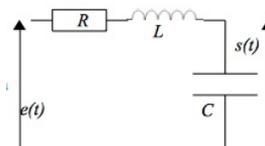
On impose la valeur de $R = 10 \Omega$. Calculer la valeur de C à choisir pour que $\tau_s < 1/10$, en détaillant précisément le raisonnement (même si on n'a pas pu terminer le calcul).

4 Filtre d'antenne d'un récepteur

On modélise une antenne et l'étage d'entrée d'un récepteur de télévision par le circuit ci-contre. La source de tension est $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ la tension électrique récupérée sur l'antenne. On donne $E_m = 100 \mu V$ et $L = 5,0 \text{ mH}$.

Question (4. 1)

Faire l'analyse qualitative de ce filtre pour déterminer le type de filtre réalisé.



Question (4. 2)

Exprimer la fonction de transfert de ce filtre en fonction de R, L, C et ω , puis en fonction de x et Q avec $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega\sqrt{LC}$ et $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

On rappelle qu'un tel filtre est résonnant, et que lorsque $Q \gg 1$ (on supposera cette condition validée), il présente un gain maximal pour $x \simeq 1$.

Question (4. 3)

Exprimer le gain pour $x \ll 1$ et $x = 1$.

Question (4. 4)

Pour $x \gg 1$, montrer que $H \simeq \frac{1}{x^2}$, en déduire l'équation de l'asymptote dans le diagramme de Bode en gain, puis tracer son allure.

Question (4. 5)

On imagine que la capacité du condensateur est réglable. Quelle plage de valeurs de C doit-on prévoir pour capter des canaux de fréquence allant de 150 kHz à 300 kHz ?

Question (4. 6)

La bande passante en pulsation à - 3dB de ce filtre est donnée par $\Delta\omega \simeq \frac{\omega_0}{Q}$. Expliquer pourquoi il faut trouver un compromis sur la valeur de R si on souhaite un filtre à la fois sélectif (qui ne sélectionne qu'un seul canal) et sensible (captant des signaux même de faible amplitude).

Question (4. 7)

Sur le canal à 162 kHz, on souhaite avoir une bande passante en fréquence de 10 kHz, quelle doit être la valeur de R à prévoir ?

Question (4. 8)

Quel est alors le signal $s(t)$?

5 Gabarit d'un filtre.

Lors d'une écoute, on souhaite nettoyer l'enregistrement d'une conversation téléphonique rendue difficilement audible à cause de bruits divers. On considère que le spectre de l'audible va de 20 Hz à 20 kHz, alors qu'une voix humaine couvre un spectre de 100 Hz à 2kHz. On caractérise souvent un tel filtre en parlant de son atténuation qui est l'opposé du gain en décibel (une atténuation de 5 dB correspond à un gain en décibel de - 5 dB).

Question (5. 1)

Tracer le gabarit d'un filtre (on prendra une échelle logarithmique pour f en abscisse) permettant de conserver le signal de la voix humaine avec une atténuation du signal inférieure à 10 dB tout en réduisant les bruits ayant une fréquence à la limite du spectre de l'audible d'au moins 40 dB. Quel type de filtre peut convenir ?

Question (5. 2)

On utilise un filtre composé de l'association série d'un condensateur de capacité C , d'une bobine d'inductance L et d'une résistance R aux bornes de laquelle on obtient la tension de sortie. En utilisant les comportements hautes et basses fréquences, déterminer de quel type de filtre il s'agit.

On montre qu'en posant $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ et $x = \frac{f}{f_0}$ la fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}.$$

Question (5. 3)

Donner l'allure du gain en fonction de $\log(x)$ en faisant l'étude asymptotique.

Question (5. 4)

Selon vous, comment doit être le facteur de qualité pour l'application souhaitée ?

Question (5. 5)

Quelle valeur de Q correspondrait à une bande passante couvrant tout le spectre de la voix humaine ?

Question (5. 6)

Montrer que la pente des asymptotes de ce filtre est incompatible avec le gabarit et calculer la pente minimale des asymptotes que devrait avoir un filtre compatible avec le cahier des charges.

Question (5. 7)

Comment pourrait-on construire un filtre ayant de telles asymptotes à partir du filtre étudié ?