TD 16 - Cinématique

1 Exercice 1- Chute libre sur la Lune

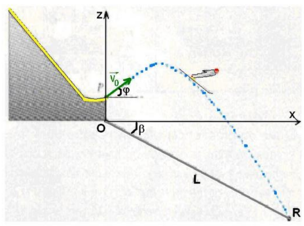
En 1971, pendant la mission Apollo 15, l'astronaute David Scott a reproduit un expérience de pensée de Galilée, qui consistait à lâcher une plume et un marteau : on verra dans le cours de dynamique qu'en l'absence de frottements, les deux tombent à la même vitesse. Sur la Lune, l'accélération de la pesanteur est de 1,6 m.s^{-2}.

Question (1. 1)
Déterminez combien de temps a duré la chute et quelle était la vitesse à l'impact des deux objets lâchés depuis une hauteur de 1,5 m.

Question (1. 2)
Si la précision du chronomètre utilisé est du dixième de seconde, quelle doit être la précision sur la hauteur de lâcher pour que l'expérience soit concluante ?

2 Exercice 2- Saut à ski

On étudie le mouvement en l'air d'un sauteur en ski. On va considérer qu'en bas de la piste d'élan, sa vitesse est de 90 km/h et est dirigée vers le haut d'un angle de 10°. La piste de réception sera assimilée à un plan présentant un angle de 30° avec l'horizontale, et on considèrera que la différence d'altitude entre le bas de la piste d'élan et le haut de la piste de réception est de 3 m.



Question (2. 1)
Donner la trajectoire du skieur pendant son vol (c'est-à-dire son altitude en fonction de la distance horizontale parcourue) si on considère que son accélération est l'accélération de la pesanteur (verticale, vers le bas et de norme 10 m.s^{-2}).

Question (2. 2)
Déterminer la distance totale parcourue horizontalement, le point de chute, le temps de vol et la vitesse à l'arrivée du skieur.

Question (2. 3)
Commenter ces résultats sachant qu'un saut à ski peut atteindre 140 m.

3 Exercice 3- Base locale

On va déterminer dans cet exercice les relations de dérivations utiles à la manipulation de vecteurs dans le système de coordonnées polaires. Considérons un référentiel $\mathcal{R}$ muni du système de coordonnées cartésiennes (O, x, y, z). Pour un point se déplaçant dans un plan de côte z constante, il peut être commode d'utiliser la base polaire $(\vec{u}_r ; \vec{u}_\theta)$ dans laquelle la position du point M est $\vec{OM} = r\vec{u}_r$. Toutefois, la base locale du point M change si M change de position, on doit donc déterminer les dérivées de ces vecteurs pour obtenir les vecteurs vitesse et accélération.

Question (3. 1)
Faire un schéma.

Question (3. 2)
Exprimer $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$ dans la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$.

Question (3. 3)
Exprimer $\frac{d\vec{u}_r}{d\theta}$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{d\theta}$ dans la base cartésienne. En déduire $\frac{d\vec{u}_r}{dt}$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$ dans cette base.

Question (3. 4)
Montrer alors que $\frac{d\vec{u}_r}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$ et $\frac{d\vec{u}_\theta}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_r$.

Question (3. 5)
Déterminer alors l'expression du vecteur-vitesse et du vecteur-accélération dans la base polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$.

4 Exercice 4- Troisième loi de Kepler

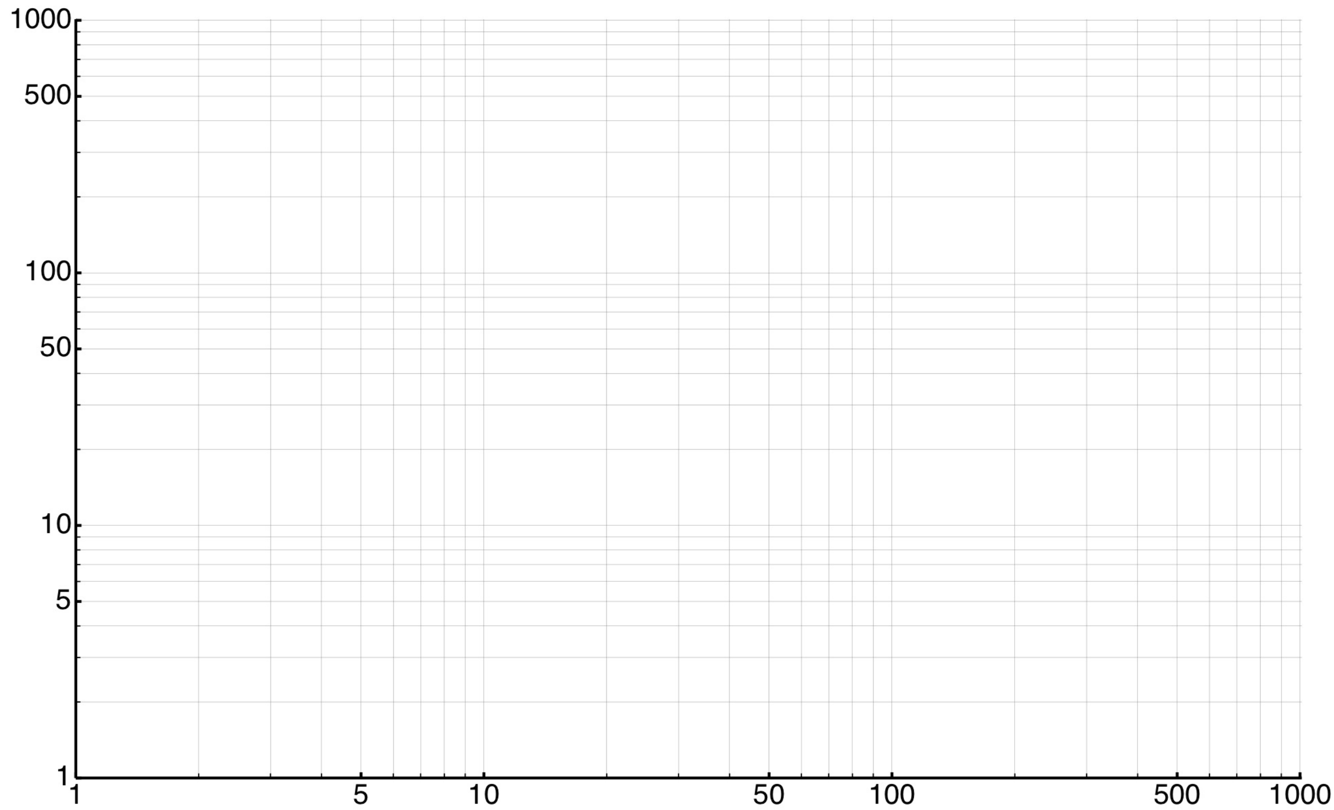
La force d'attraction gravitationnelle exercée par un astre sur un corps varie proportionnellement à l'inverse du carré de la distance, et en conséquence l'accélération de la pesanteur associée aussi. Dans cet exercice, on admettra cette propriété, et on considèrera l'astre massif M comme immobile, et l'astre léger L ayant donc une accélération de norme $\frac{\alpha}{d_{ML}^2}$ et dirigée de l'astre léger vers l'astre massif.

Question (4. 1)
Déterminer la période de révolution de l'astre léger en fonction de α et de sa distance à l'astre massif d_{ML}. Il s'agit de la troisième loi de Kepler.

Question (4. 2)
Pour la Terre, on peut considérer deux types d'astres légers : un satellite en orbite géostationnaire situé à $4,2.10^4$ km du centre de la Terre et la Lune située à $3,8.10^5$ km. Si la loi trouvée à la question précédente, quelle devrait être la période de révolution de la Lune autour de la Terre ? Est-ce la cas ?

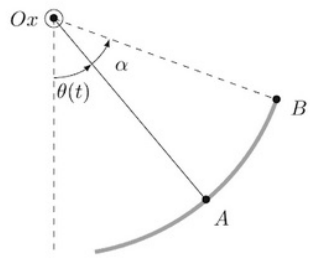
Question (4. 3)
En prenant le logarithme de la loi de Kepler, exprimer quel doit-être le lien entre les logarithmes des périodes et des rayons des orbites. On donne dans le tableau suivant les distances des planètes (en unités astronomique) du système solaire au Soleil ainsi que leur période de révolution (en jours terrestres ou en année terrestre). Placer ces valeurs sur le graphique en papier logarithmique afin de vérifier si la loi de Kepler est vérifiée pour le Soleil.

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune
Distance (*u.a.*)	0,4	0,7	1	1,5	5,2	9,5	19,6	30
Année sidérale	88 j.t	225 j.t	365 j.t	669 j.t	12 a.	29 a.	84 a.	164 a.



5 Exercice 5- Bateau pirate

Dans la plupart des parcs d'attraction on trouve cette attraction consistant en un bateau à bascule, dont voici un schéma ci-contre. Les passagers prennent place dans la nacelle, que l'on assimilera à un arc de cercle de rayon $OA = 10$ m et de d'angle au centre $2\alpha = 60°$. Le mouvement de balancier est tel que $\theta(t) = \frac{\pi}{2}\cos(\frac{2\pi t}{T})$ avec $T = 4,0$ s.



Question (5. 1)
Quel est le type de mouvement étudié ?

Question (5. 2)
Déterminer les vecteurs-positions, vecteurs-vitesses et vecteurs accélérations de deux passagers situés en A et en B.

Question (5. 3)
Calculer leur vitesse maximale. Pourquoi le passager en B va avoir des sensations plus fortes ?