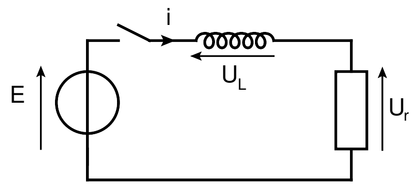
# TD 11 - Circuits du premier ordre

## 1 Exercice 1 - Considérations qualitatives.

Question (1. 1)

On étudie le circuit ci-contre dont on ferme l'interrupteur au temps $t = 0$. Par des considérations d'homogénéité et de compatibilité avec le régime permanent, trouver celle des 6 équations différentielles qui décrit l'évolution du courant en fonction du temps :




$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{R}$ $\qquad$ $\frac{di}{dt} + \frac{L}{R}i(t) = \frac{E}{R}$

$\frac{di}{dt} + \frac{L}{R}i(t) = \frac{E}{L}$ $\qquad$ $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = LE$

$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$ $\qquad$ $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = E$

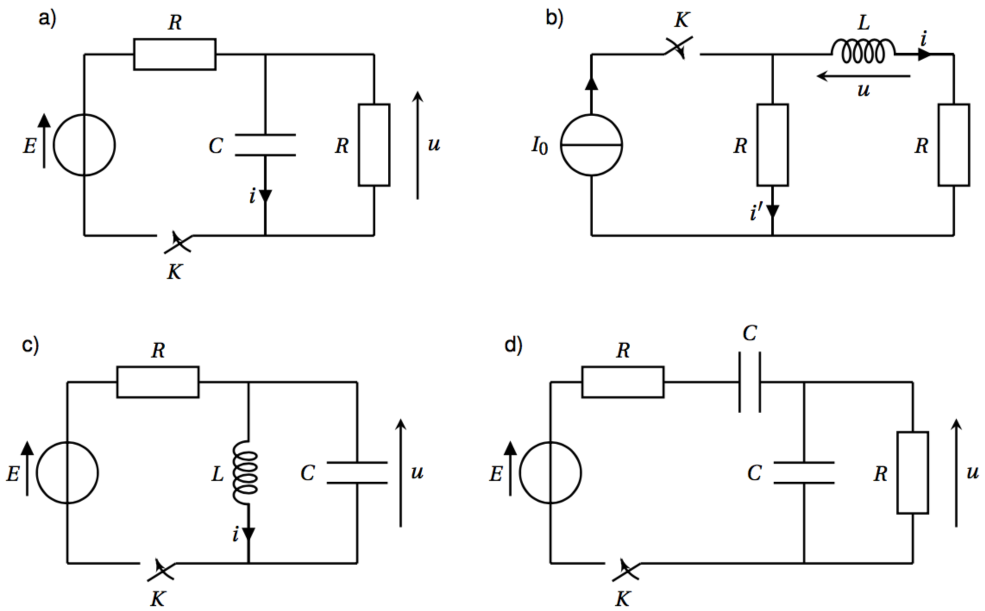
Question (1. 2)

On donne $r = 1\text{k}\Omega$ et $L = 50$ mH. Au bout de combien de temps peut-on considérer le régime transitoire terminé ?

## 2 Exercice 2 - Prévision des valeurs.

Question (2. 1)

Déterminer pour chaque circuit ci-dessous les valeurs des grandeurs électriques représentées sur le schéma juste après qu'on a fermé l'interrupteur, le circuit étant ouvert depuis un temps très long.

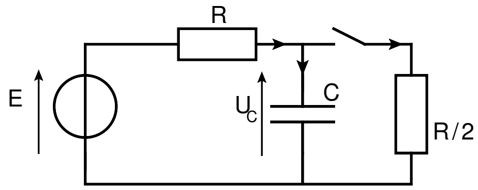



Question (2. 2)

Même question lorsque le régime permanent est établi.

# 3 Exercice 3 - Analyse de courbes.

On étudie le circuit ci-contre dont on ferme l'interrupteur au temps $t = 0$, l'interrupteur étant ouvert depuis très longtemps.




Question (3. 1)

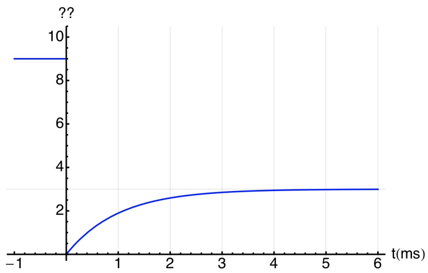
Donnez les valeurs de $U_0$ et $U_\infty$ en fonction de $E$.

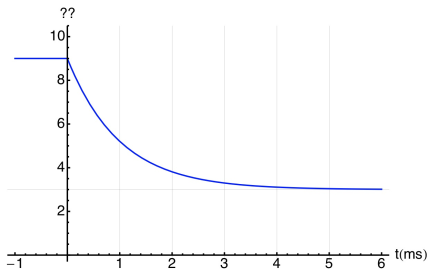
Question (3. 2)

On a mesuré la tension $U_c$ en fonction du temps, mais cette courbe et celle d'une autre expérience ont été mélangées. Retrouvez la bonne courbe.

Question (3. 3)

Montrez que l'équation différentielle que suit la tension $U_c(t)$ est $\frac{dU_c}{dt} + \frac{3U_c(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$. Sachant que la valeur de la résistance est $R = 1,0$ k$\Omega$, déterminer graphiquement et de deux manières différentes la valeur de la capacité du condensateur $C$.




# 4 Exercice 4 - Flash d'appareil photographique.

Pour délivrer un éclair lumineux de durée brève, on utilise en photographie des tubes à décharge, nécessitant une tension très élevée à l'allumage. Cette tension élevée, de l'ordre de 300 V est obtenue à partir d'une pile de 9 V et d'une boite noire dont on ne décrit pas le fonctionnement (comparable aux starters de tubes "néon" qui fonctionnent de manière similaire). Quand l'interrupteur $K_1$ est fermé, la tension de la pile $E_1$ crée en sortie de la boite noire une tension $E_2$ de 300 V. On place ensuite l'interrupteur $K_2$ en position 1 pour charger un condensateur de capacité $C = 150$ $\mu$F. La résistance $R$ vaut 1,00 k$\Omega$. On bascule ensuite $K_2$ sur la position 2 afin de produire le flash lumineux dans le tube à décharge.

Lors de cette décharge, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ est mesurée et représentée ci-dessous.

Question (4. 1)

Etablir l'équation différentielle suivie par $u(t)$ pendant la charge. Quel est le temps caractéristique $\tau$ de la charge ? Au bout de combien de temps peut-on considérer que le condensateur est chargé ?

Question (4. 2)

Quelle est l'énergie stockée dans le condensateur une fois chargé ?

Question (4. 3)

Quel sont les avantages de faire la charge à 300 V au lieu de 9 V ?

Question (4. 4)

Quel est le temps caractéristique de la décharge $\tau'$ ? Si on assimile le tube à décharge à une résistance $r$ après que l'allumage a été effectué, quelle est la valeur de cette résistance ?

Question (4. 5)

Faites un commentaire en comparant les valeurs des deux temps caractéristiques $\tau$ et $\tau'$.

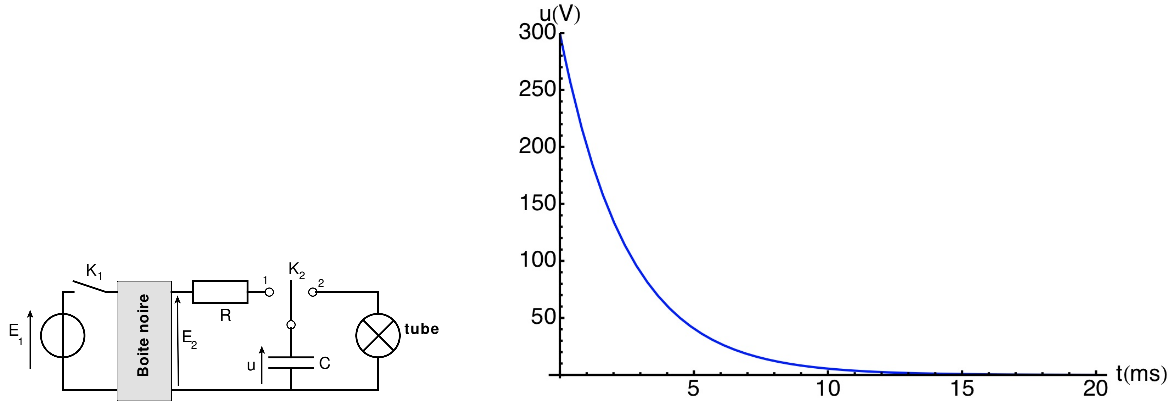



Figure 1 – Gauche : Schéma du circuit du flash d'appareil photographique. Droite : Evolution de la tension aux bornes du condensateur au cours de la décharge produisant l'éclair lumineux.

# 5 Exercice 5 - Autres exemples d'équation différentielles du premier ordre.

## 5.I Thermomètre

La température indiquée par un thermomètre qui doit mesurer un objet à la température $\theta_{ext}$ est une fonction continue et est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{d\theta}{dt} = k(\theta_{ext} - \theta).$$

Question (5.I 1)
Ecrire cette équation différentielle du premier ordre sous la forme canonique.

Question (5.I 2)
On suppose qu'on plonge à l'instant $t = 0$ ce thermomètre dans une casserole d'eau bouillante à 100°, alors qu'il était auparavant depuis très longtemps dans une cuisine à 20°. Donner l'équation donnant la température indiquée en fonction du temps.

Question (5.I 3)
En pratique, si on a le choix entre deux thermomètre avec des $k$ différents, lequel vous semble préférable ?

## 5.II Chute d'une bille dans du miel

Si on lâche une bille d'acier de masse volumique $\rho$ et de rayon $R$ dans une colonne contenant du miel de masse volumique $\rho_m$ et de viscosité $\eta$, la vitesse de la bille est donnée par la formule :

$$\frac{4\pi R^3}{3}\rho\frac{dv}{dt} = \frac{4\pi R^3}{3}(\rho - \rho_m)g - k\eta Rv.$$

Question (5.II 1)
Mettre cette équation différentielle sous forme canonique.

Question (5.II 2)
Exprimer la vitesse limite de la bille en fonction des paramètres de la bille et du miel et de la constante $k$. (Cette méthode est utilisée pour déterminer la viscosité d'un fluide en mesurant la vitesse limite et connaissant tous les autres paramètres.)