

TP 2 - MESURES ET INCERTITUDES

Dans ce TP, nous allons essayer de mesurer de plusieurs manières différentes la valeur de l'indice optique d'un demi-cylindre de plexiglas. Nous verrons que selon le protocole utilisé, la valeur obtenue est plus ou moins précise, et que la répétition des mesures permet de gagner en confiance en diminuant la valeur de l'incertitude-type déterminée.

Capacités à acquérir dans ce TP :

- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A).
- Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une autre approche que statistique (évaluation de type B).
- Simuler, à l'aide d'un langage de programmation ou d'un tableur, un processus aléatoire permettant de caractériser la variabilité de la valeur d'une grandeur composée.
- Comparer deux valeurs dont les incertitudes-types sont connues à l'aide de leur écart normalisé.

I Dispositif expérimental

Vous disposez d'un demi-cylindre en plexiglas dont on souhaite déterminer l'indice optique n . Ce demi-cylindre est disposé sur un plateau tournant gradué, ce qui permet de faire varier l'angle d'incidence (et donc l'angle de réfraction) ainsi que la nature du dioptre considéré (air-plexiglas ou plexiglas-air) selon la configuration utilisée (voir figure 1). On considérera pour la suite de ce TP que l'indice optique de l'air est égal à 1.

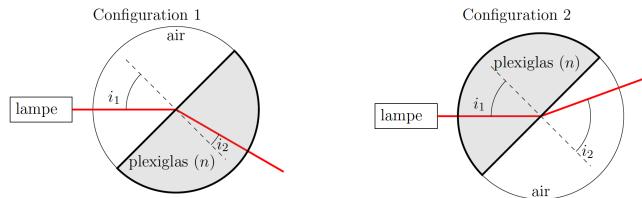


FIGURE 1 – Schémas représentant les deux configurations possibles du dispositif expérimental utilisé (gauche : air-plexiglas, droite plexiglas-air)

Comme toujours dans l'étude des lois de Snell-Descartes, les angles à prendre en compte sont à compter à partir de la normale au dioptre (il faut mesurer l'angle entre la perpendiculaire à la surface et le rayon, voir schéma).

Avant de commencer les mesures, disposer la lampe de telle sorte que le rayon lumineux en incidence normale (perpendiculaire au dioptre donc le long de la graduation 0°) n'est pas dévié. Il est important de faire ces vérifications afin d'éviter des erreurs systématiques qui pollueraient la mesure.

II Réfraction limite

Dans la configuration air-plexiglas, augmenter l'angle d'incidence en faisant tourner le plateau. Vous devez remarquer qu'en incidence rasante (quand le rayon incident arrive quasi-parallèlement au dioptre, le long de la graduation 90°), le rayon réfracté atteint une valeur limite r_{lim} .

Question 1.

Mesurer la valeur de r_{lim} , en particulier les valeurs limites associées (on précisera quelle est la source principale d'incertitude) r_{min} et r_{max} .

On effectue alors une simulation numérique de N tirages aléatoires de r_{lim} en supposant que toutes les valeurs entre r_{min} et r_{max} sont équiprobables, et on calcule les valeurs associées à n selon $n = \frac{1}{\sin r_{lim}}$ en utilisant le programme suivant :

```

1 # Importation des bibliothèques permettant de faire les calculs
2 import numpy as np
3 import numpy.random as rd
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 # Entrée des données du problème
6 rmin = #valeur minimale de rlim mesurée en °
7 rmax = #valeur maximale de rlim mesurée en °
8 # Simulation de N = 10000 Tirages aléatoires
9 N = 10000 # nombre de tirages à réaliser
10 r_lim = rd.uniform(rmin,rmax, N) # simulation de N valeurs de rlim selon loi uniforme
11 # Expression de n
12 n1_sim = 1/np.sin(r_lim*np*pi/180)
13 ## Analyse statistique des résultats de la simulation MC
14 n1_moy = np.average(n1_sim) # Calcul de la valeur moyenne de n1
15 u_n1= np.std(n1_sim,ddof=1) # Ecart-type de n1
16 print (n1_moy,u_n1) #affichage des résultats

```

Question 2.

En utilisant et modifiant le programme donné, exprimer sur votre compte-rendu le résultat de votre mesure de l'indice optique du plexiglas avec cette méthode de réfraction limite que nous noterons n_1 (avec son incertitude-type). Noter au tableau la valeur de votre meilleure estimation de n_1 .

III Réflexion totale

Dans la configuration plexiglas-air, augmenter progressivement l'angle d'incidence en faisant tourner le plateau. Vous devez remarquer que si l'angle d'incidence dépasse une valeur limite i_{lim} , il n'existe plus de rayon réfracté (on parle de réflexion totale). Le lien entre indice du plexiglas et angle limite de réflexion totale i_{lim} est alors $n = \frac{1}{\sin i_{lim}}$.

Question 3.

Sur le compte-rendu, faire un schéma soigné, et décrire vos différentes observations.

Question 4.

Récrire et adapter le programme précédent afin de déterminer la valeur de l'indice optique avec cette méthode de réflexion totale noté n_2 . Noter au tableau la valeur de votre meilleure estimation de n_2 .

Question 5.

Vérifier la compatibilité de ces deux mesures n_1 et n_2 en calculant un écart-type normalisé.

Question 6.

En ajoutant au programme les lignes suivantes, visualiser les histogrammes représentant les distributions des simulations numériques obtenues pour n_1 et n_2 et commenter. (Le paramètre `alpha` dans la fonction `plot` ou `hist` ici sert à préciser l'opacité du tracé, donc permet quand il est spécifié à une valeur différente de 1 de "voir" le premier tracé derrière le second).

```

1 plt.hist(n1_sim,bins="rice",alpha = 0.5)
2 plt.hist(n2_sim,bins="rice",alpha=0.5)
3 plt.show()

```

IV Prise de plusieurs valeurs

Dans la configuration air-plexiglas, mesurer l'angle de réfraction r pour 6 valeurs différentes de l'angle d'incidence i (10° , 25° , 40° , 55° , 70° et 85°), chaque valeur mesure étant donnée avec son incertitude-type $u(r)$ ou $u(i)$ obtenue comme la précision de la mesure divisée par $\sqrt{3}$ (remarquer et noter selon la valeur de l'angle d'incidence quel facteur limite la précision de la mesure). L'indice optique est alors obtenu comme $n = \frac{\sin i}{\sin r}$.

Question 7.

Pour chacune des mesures, réécrire et adapter à nouveau le programme donné pour déterminer pour chaque angle d'incidence la valeur de l'indice optique notés n_{10} , n_{25} , etc. On précise que la fonction permettant de faire N tirages aléatoires d'une grandeur de moyenne m et d'écart-type s est `rd.normal(m, s, N)`. Noter au tableau les 6 valeurs de vos meilleures estimations.

V Discussion des résultats

Vous avez donc obtenu 8 résultats indépendants de la mesure de l'indice optique, chacun avec une incertitude-type associée.

Question 8.

Sur votre compte-rendu, présenter tous ces résultats sous forme d'un tableau. Discuter la qualité de chaque méthode.

Question 9.

Vérifier la compatibilité des deux valeurs extrêmes en calculant un écart-type normalisé, puis en visualisant les histogrammes correspondants.

Question 10.

En utilisant **toutes** les valeurs de l'indice optique notées au tableau, faites un traitement statistique pour déterminer l'indice optique du plexiglas avec son incertitude-type déterminée comme l'écart-type de la distribution divisé par $\sqrt{N - 1}$ où N est le nombre de mesures indépendantes effectuées. Discuter la compatibilité de vos mesures avec cette valeur obtenue.

Question 11.

Faire de même en n'utilisant que les valeurs provenant de l'expérience qui vous a semblé la plus précise. Commenter.