

PHYSIQUE-CHIMIE : DS 1  
2 OCTOBRE 2021

La durée du devoir est de **3h**.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

On portera un soin particulier à la présentation de la copie (résultats mis en évidence, séparation des questions,...), à la rédaction des réponses et à la réalisation d'éventuels schémas.

Il est fortement conseillé de lire tout le sujet, il peut y avoir des questions faciles à la fin. Ce sujet comporte 5 pages et une annexe à rendre avec la copie.

Un résultat donné dans une question peut être admis pour la suite de l'exercice, même si on n'a pas répondu à la question.

Ce sujet comporte 3 exercices indépendants. Vous pouvez traiter chaque partie dans l'ordre que vous souhaitez. La feuille réponse en annexe est à joindre à la copie, en indiquant bien vos nom et prénom.

**Il faut tout justifier, tout le temps.**

*Certaines questions sont de type question ouverte, donc peu ou pas guidées, et demandent de l'initiative de la part du candidat. Ces questions sont repérées par une barre verticale en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.*

## 1 Manipulation de grandeurs.

### 1A Chiffres significatifs

- 1A. 1. Donnez le résultat des calculs suivants en expliquant les règles de calcul que vous utilisez.
- |  |   |
|--|---|
| a) $3,47 \text{ m} + 4,5 \text{ m}$      | b) $4,5 \text{ m} \times 2,00 \text{ m}$          |
| c) $\sin(4,2 \text{ m} / 20 \text{ cm})$ | d) $43 \times 10^{-4} \text{ s} + 112 \text{ ms}$ |

### 1B Incertitudes

- 1B. 1. On souhaite déterminer la force exercée par un ressort  $F = kx$  où  $k$  est la constante de raideur du ressort et  $x$  son allongement (la différence entre sa longueur quand la force s'exerce et sa longueur à vide).
- 1B. 1. a. Quelle est l'unité SI de la mesure d'une constante de raideur ?
- 1B. 1. b. Exprimez cette unité en unités de base du SI.
- 1B. 1. c. On mesure la longueur du ressort à vide  $l_0 = 43,0 \text{ cm}$ . Quelle est l'incertitude associée sachant que la règle utilisée est graduée en cm ?
- 1B. 1. d. Présentez le résultat de la mesure de  $l_0$  de manière convenable.
- 1B. 1. e. Sa longueur étiré est mesurée avec la même règle et on trouve  $l_1 = 56,0 \text{ cm}$ . Présentez le résultat de la mesure de  $l_1$ .
- 1B. 1. f. Que vaut l'allongement  $x$  ?
- 1B. 1. g. La constante de raideur est donnée par le fabricant et vaut  $k = 10 \text{ U.S.I}$ , avec une incertitude relative de 5 %. Quelle est la valeur de la force exercée quand le ressort fait la longueur  $l_1$  ?

## 2 Atomes, trous noirs et univers

### 2A A propos des atomes

Comme nous le verrons, un atome d'hydrogène est constitué d'un proton autour duquel gravite un électron. L'électron reste proche du noyau, à un rayon  $r$  que l'on essaiera de déterminer. Les forces dues au proton et qui s'exercent sur l'électron sont au nombre de deux : l'interaction gravitationnelle et l'interaction électromagnétique. L'interaction gravitationnelle qu'un corps de masse  $M$  exerce sur un corps de masse  $m$  situé à une distance  $r$  se met sous la forme  $F_g = G \frac{mM}{r^2}$ , avec  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  U.S.I.

L'interaction électromagnétique qu'un corps de charge  $Q$  exerce sur un corps de charge  $q$  situé à une distance  $r$  se met sous la forme  $F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2}$ , avec  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  U.S.I.

La masse d'un électron est  $m_e \simeq 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg et celle d'un proton est  $m_p \simeq 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. Les charges du proton et de l'électron sont opposées et valent en valeur absolue  $q_e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  C.

- 2A. 1. Déterminer l'unité de  $G$  et de  $\epsilon_0$ .
- 2A. 2. En physique atomique, pour simplifier les notations on utilise la constante  $e$  telle que  $e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0}$ . Donner l'unité de  $e^2$  en unité de base du SI.
- 2A. 3. Calculer le rapport entre l'intensité de l'interaction gravitationnelle et celle de l'interaction électromagnétique  $\frac{F_g}{F_e}$ . En déduire que l'on peut dans cette étude négliger les effets de l'interaction gravitationnelle.
- 2A. 4. La physique atomique est expliquée principalement par la mécanique quantique, ce qui nécessite l'introduction d'une constante  $\hbar$  prenant en compte les effets quantiques. On sait que  $\hbar \simeq 1,05 \cdot 10^{-34}$  J.s. Donner l'unité de  $\hbar$  en unité de base du SI.
- 2A. 5. En utilisant l'analyse dimensionnelle, donner une formule donnant la vitesse  $v$  de l'électron en fonction de  $e^2$  et  $\hbar$ .
- 2A. 6. Calculer cette vitesse et commenter.
- 2A. 7. En utilisant l'analyse dimensionnelle, donner une formule donnant le rayon de l'atome  $r$  de l'électron en fonction de  $e^2$ ,  $\hbar$  et  $m_e$ .
- 2A. 8. Calculer ce rayon et commenter.
- 2A. 9. En utilisant l'analyse dimensionnelle, donner une formule donnant la masse volumique (en kg/m<sup>3</sup>) de l'atome d'hydrogène  $\rho_H$  en fonction de  $e^2$ ,  $\hbar$ ,  $m_e$  et  $m_p$ .
- 2A. 10. Calculer cette masse volumique et commenter.

### 2B Les trous noirs

Les trous noirs sont des objets astronomiques tellement massifs et petits que la lumière ne peut s'en échapper. Pour un astre de masse  $M$ , on définit ainsi un rayon  $R_S$  appelé rayon de Schwarzschild correspondant à la taille qu'il devrait avoir pour que la lumière ne puisse s'en échapper. Ainsi si un astre a un rayon plus petit que son rayon de Schwarzschild, c'est un trou noir.

- 2B. 1. Le rayon de Schwarzschild  $R_s$  d'un astre dépend de  $G$  la constante universelle de gravitation, de la vitesse de la lumière dans le vide  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s et de la masse de l'astre. Donnez par analyse dimensionnelle la formule donnant le rayon de Schwarzschild d'un astre de taille  $M$ .
- 2B. 2. En considérant qu'un trou noir a un rayon  $R$  plus petit que son rayon de Schwarzschild  $R_S$ , déduire la masse volumique minimale d'un trou noir de masse  $M$  en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $c$ . Comment évolue cette masse volumique en fonction de la masse du trou noir ?

2B. 3. Les astres les plus denses connus à l'heure actuelle sont les étoiles à neutrons, qui ont une densité comparable aux noyaux atomiques d'où leur nom. On rappelle qu'un atome est composé d'un noyau très petit autour duquel gravitent les électrons, le rayon du noyau étant environ  $10^5$  fois plus petit que celui de l'atome. Utiliser les résultats précédents pour justifier que la masse minimale d'un trou noir stellaire est de l'ordre de quelques masses solaires ( $M_S = 1,99.10^{30}$  kg).

## 2C L'univers observable

En cosmologie, Hubble a montré que l'univers est en expansion, ce qui veut dire que les galaxies s'éloignent les unes des autres. En moyenne, cette expansion est caractérisée par la constante de Hubble  $H_0 = 72 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$ , ce qui signifie qu'une galaxie située à une distance  $D$  de la nôtre s'éloigne en moyenne à une vitesse  $v = H_0 D$ . Mpc est le mégaparsec, et un parsec vaut approximativement 3,27 année-lumière.

2C. 1. Connaissant la vitesse de la lumière dans le vide  $c \simeq 3,00.10^8$  m/s, donner la conversion de Mpc en m.

2C. 2. En utilisant l'analyse dimensionnelle, donner le lien entre l'âge de l'univers  $T_u$  et  $H_0$ . Calculer  $T_u$  en années.

2C. 3. L'univers observable est l'ensemble des points de l'univers que l'on peut observer, et une galaxie n'est visible que si elle s'éloigne de nous à une vitesse plus petite que la vitesse de la lumière dans le vide sinon, on peut s'imaginer que la lumière ne va plus assez vite pour revenir vers nous (bien que non rigoureux scientifiquement, ce raisonnement donne un résultat compatible avec les équations de la relativité générale d'Einstein). Déterminer le rayon  $R_U$  de l'univers observable.

2C. 4. Par analyse dimensionnelle, exprimer la masse volumique de l'Univers  $\rho_U$  en fonction de  $H_0$  et  $G$ . Calculer cette valeur et commenter.

2C. 5. Quelle est alors la masse de l'Univers observable ?

## 3 Fonctionnement d'un appareil photographique numérique.

Vous avez à votre disposition un appareil photographique numérique de type reflex dont les spécifications sont indiquées dans le tableau suivant :

Constructeur	Canon
Plateforme	PC et Mac
Taille du capteur	23,9 x 35,8 mm (verticale x horizontale)
Nombre de pixels	12,8 millions
Résolution image	4368 x 2912
Support de stockage	CompactFlash type I et II et Microdrive
Format de fichier images	JPEG, RAW, JPEG + RAW
Taille d'écran	2,5 pouces (6,35 cm)
Visueur	Optique
Interface(s)	USB2
Alimentation	Batterie Canon BP-511A/514
Pilotes d'installation PC livrés	Windows 2000, Me, XP
Dimensions (l x p x h) en mm	152 x 75 x 113
Poids net en g	810

### 3A Prise de vue

Vous souhaitez photographier un arbre de 6,0 mètres de haut qui se situe à une distance de 25 mètres. Vous disposez pour cela un objectif de 50 mm qui peut être assimilé à une lentille mince  $L_0$ . On considérera que lorsque vous prenez une photographie, l'appareil est à l'horizontale et à une hauteur de 1,7 mètre.

- 3A. 1. Quelle doit être la distance entre la lentille  $L_0$  et le capteur pour avoir une photographie nette. Commenter.
- 3A. 2. Quelle est la taille de l'arbre sur le capteur ? Peut-on voir l'arbre en entier sur le capteur ?
- 3A. 3. Quelle est la dimension du plus petit l'objet situé sur l'arbre que l'on pourra distinguer sur la photographie ? Il faudra calculer au préalable la taille d'un pixel à partir des spécifications données ci-dessus.
- 3A. 4. Vous souhaitez maintenant photographier un oiseau de taille 20 cm situé dans l'arbre. Quelle est la taille de son image sur le capteur ? A combien de pixels cela correspond-t'il ?
- 3A. 5. Que faut-il changer sur l'appareil photographique pour obtenir une image 10 fois plus grande sur le capteur ? Quelle est alors la distance entre la lentille et le capteur ?

### 3B Lentille mince convergente

On considère l'objectif précédent comme une lentille mince plan-convexe. Ceci signifie que le dioptré d'entrée des rayons lumineux est un dioptré plan  $D_1$ , et le second un dioptré sphérique  $D_2$ , de rayon de courbure  $R$  à déterminer afin que la longueur focale de la lentille soit bien de 50 mm. Les intersections des dioptrés  $D_1$  et  $D_2$  avec l'axe optique seront notées respectivement  $O_1$  et  $O_2$  (voir feuille annexe pour un schéma qui n'a pas d'échelle). La lentille sera considérée comme fabriquée dans du verre Crown d'indice optique 1,52.

- 3B. 1. Pourquoi le centre  $C$  de la sphère supportant  $D_2$  doit-il être avant le dioptré plan ?
- 3B. 2. Dessiner sur la feuille annexe la suite du rayon lumineux qui entre dans la lentille parallèle à l'axe optique en utilisant les lois de Snell-Descartes.
- 3B. 3. Déterminer graphiquement la position du foyer image de cette lentille. Associer à cette lentille la longueur focale mesurée sur le schéma, avec son incertitude de mesure, en précisant quelle est la source principale d'incertitude.
- 3B. 4. En déduire l'échelle à laquelle doit-être le schéma pour que la longueur focale soit bien de 50 mm, puis mesurer graphiquement la valeur que doit avoir le rayon de courbure  $R$ .
- 3B. 5. On cherche à déterminer ce rayon de courbure par le calcul. On appelle  $A_1$  l'intersection du rayon lumineux et de  $D_1$ ,  $A_2$  celle du rayon lumineux avec  $D_2$  et  $F'$  l'intersection du rayon lumineux avec l'axe optique.
  - 3B. 5. a. On note  $h_1$  la distance entre  $A_1$  et l'axe optique et  $h_2$  celle entre  $A_2$  et l'axe optique. Démontrer que  $h_2 = h_1$ .
  - 3B. 5. b. Déterminer l'angle  $\alpha$  que fait le rayon lumineux sortant de la lentille avec l'axe optique. Il faudra l'exprimer en fonction de  $R$ ,  $h_1$ ,  $n$ .
  - 3B. 5. c. Dans quelles conditions doit-on se placer pour pouvoir utiliser l'approximation des petits angles et dire que  $\sin \alpha \simeq \tan \alpha \simeq \alpha$  ? On considère dorénavant ces conditions remplies. On considère de plus la lentille comme une lentille mince, donc  $O_1O_2$  est dorénavant négligeable devant  $R$ .
  - 3B. 5. d. Montrer alors que la distance  $O_2F'$  ne dépend pas de la hauteur  $h_1$ . Quelle propriété de la lentille est démontrée grâce à cette relation ?
  - 3B. 5. e. Quelle doit être la valeur du rayon de courbure  $R$  pour que  $O_2F' = 50$  mm ?
  - 3B. 5. f. Si on considère que la lentille de l'objectif a un diamètre  $d$  de 40 mm, calculer son épaisseur  $O_1O_2$ . Commenter.

### 3C Utilisation d'un téléobjectif

Pour des focales supérieures à 55 mm, on parle alors de téléobjectifs. Ces systèmes optiques sont en réalité constitués de deux lentilles, une lentille  $L_1$  convergente et une lentille  $L_2$  divergente. Ces lentilles minces sont séparées d'une distance  $e$ . Soit un téléobjectif constitué d'une lentille  $L_1$  de focale image de 20 mm et d'une lentille  $L_2$  de focale image de -10 mm.

3C. 1. Faire un schéma de principe de ce téléobjectif et tracer le trajet des faisceaux lumineux. Où doit-se trouver l'image  $A_1B_1$  d'un objet  $AB$  à travers la lentille  $L_1$  pour avoir une image finale  $A_2B_2$  réelle ? En déduire, les conditions que doit alors remplir la distance  $e$ , en fonction des focales images  $f'_1$  et  $f'_2$ .

Dans le cas du téléobjectif étudié, la distance  $e$  entre les lentilles est de 10.4mm.

3C. 2. Déterminer la position à laquelle va se former l'image d'un objet situé à l'infini. A quelle distance de la lentille  $L_1$  va se former cette image ?

3C. 3. A partir des relations de conjugaison, déterminer la position du point focal image de ce téléobjectif.

3C. 4. Déterminer la position et la taille de l'image l'oiseau à travers cette association, pour une distance oiseau/ lentille  $L_1$  de 25 m. Commenter.

3C. 5. A quelle distance de la lentille  $L_1$  doit se trouver le capteur pour avoir une image nette de l'oiseau ? En déduire l'intérêt d'utiliser deux lentilles au lieu d'une pour imager l'oiseau sur le capteur.

### Formulaire

Les relations de conjugaison de Descartes pour un objet  $AB$  et son image  $A'B'$  avec  $A$  sur l'axe optique d'une lentille mince de focale  $f'$  et de centre  $O$  sont :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

Pour un cercle, la normale à un point de la surface est portée par un rayon.



PHYSIQUE-CHIMIE : DS 1 FEUILLE RÉPONSE

NOM :  
PRÉNOM :

