

# PHYSIQUE 6 FILTRAGE.

## Expériences

- ☛ Filtrage passe-bas ou passe-haut d'une source audio

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Rappels sur les signaux sinusoïdaux</b>	<b>2</b>
1.1	Forme d'un signal sinusoïdal . . . . .	2
1.2	Intérêt des signaux sinusoïdaux : série de Fourier . . . . .	2
1.3	Caractéristiques d'un signal périodique . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Filtre</b>	<b>3</b>
2.1	Définitions . . . . .	3
2.2	Fonction de transfert . . . . .	3
2.3	Diagramme de Bode . . . . .	4
2.3.1	Tracé du diagramme de Bode du circuit RC . . . . .	4
2.3.2	Etude des asymptotes . . . . .	5
2.4	Réponse d'un filtre à un signal . . . . .	5
2.4.1	Avec la fonction de transfert . . . . .	5
2.4.2	Avec le diagramme de Bode . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Etude de filtres classiques</b>	<b>6</b>
3.1	Filtres classiques . . . . .	6
3.1.1	Passe-bas . . . . .	6
3.1.2	Passe-haut . . . . .	6
3.1.3	Passe-bande . . . . .	6
3.1.4	Coupe-bande . . . . .	7
3.1.5	Déphaseur . . . . .	7
3.1.6	Filtre passe-bas du second ordre . . . . .	7
3.2	Gabarit d'un filtre . . . . .	8
3.3	Filtres en cascade . . . . .	9

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un oscillateur, lorsqu'il est soumis à une excitation sinusoïdale a une réponse en régime établi qui est elle aussi sinusoïdale. Toutefois, l'amplitude de cette réponse dépend de la fréquence de l'excitation, on a par exemple vu qu'un oscillateur amorti pouvait présenter un maximum pour l'amplitude de la réponse à une fréquence bien définie qu'on appelle la fréquence de résonance. On peut maintenant imaginer que la source envoie un signal qui est la somme de deux signaux sinusoïdaux, un qui serait à la fréquence de résonance, et le second loin de la fréquence de résonance. On va alors voir que la linéarité des équations différentielles considérées permet d'affirmer que la réponse de l'oscillateur est alors la somme de la réponse à chaque signal pris séparément. On va donc avoir la somme de deux signaux sinusoïdaux, mais celui qui est à la fréquence de résonance sera d'amplitude bien supérieure au deuxième, on va donc "éliminer" le deuxième signal ; on a réalisé une opération de filtrage. L'objet de ce chapitre est d'étudier plus précisément cette notion de filtrage.

## 1 Rappels sur les signaux sinusoïdaux

### 1.1 Forme d'un signal sinusoïdal

Un signal  $y(t)$  sinusoïdal à la pulsation  $\omega$  (ou à la fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ ) peut s'écrire sous les formes suivantes :

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t + \phi) = y_1 \cos(\omega t) + y_2 \sin(\omega t)$$

On définit alors :

- l'amplitude  $y_0 = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$
- la phase initiale  $\phi = -\text{Arctan}\left(\frac{y_2}{y_1}\right)$

On peut passer facilement d'une forme à l'autre grâce à la relation de trigonométrie  $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ , d'où  $y_1 = y_0 \cos \phi$  et  $y_2 = -y_0 \sin \phi$ .

Nous avons vu l'intérêt de l'outil complexe dans le chapitre précédent, on peut donc suspecter qu'il y a un intérêt à introduire la fonction complexe :

$$\underline{y}(t) = y_0 e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{y_0} e^{j\omega t}$$

où on a posé  $\underline{y_0} = y_0 e^{j\phi}$ .

On a alors :

$$y(t) = \Re(\underline{y}(t)) \quad y_1 = \Re(\underline{y_0}) \quad y_2 = \Im(\underline{y_0}) \quad y_0 = |\underline{y_0}| \quad \phi = \text{Arg}(\underline{y_0})$$

### 1.2 Intérêt des signaux sinusoïdaux : série de Fourier

Les signaux sinusoïdaux sont les "briques élémentaires" qui permettent de construire tous les signaux (un peu comme les nombres premiers pour les entiers naturels).

On peut ainsi écrire tout signal  $y(t)$  périodique de période  $T$  comme une somme de signaux sinusoïdaux de pulsations  $\omega_n = \frac{2\pi n}{T}$  par la relation :

$$y(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t)$$

On peut généraliser ce résultat aux fonctions complexes et écrire :

$$\underline{y}(t) = \underline{a_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{a_n} e^{j\omega_n t}$$

On appelle une telle écriture l'écriture en **série de Fourier** de la fonction  $\underline{y}$ .

- $\underline{a_0}$  est la valeur moyenne du signal ;
- $\underline{a_n} e^{j\omega_n t}$  est l'harmonique de rang  $n$ , de fréquence  $f_n = n f$  ( $f$  est la fréquence du signal périodique considéré), d'amplitude  $|\underline{a_n}|$  et de phase initiale  $\text{Arg}(\underline{a_n})$ .

On peut pour toute fonction  $\underline{y}$  déterminer la valeur des coefficients  $\underline{a_n}$  grâce à la formule :

$$\underline{a_n} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \underline{y}(t) e^{-j\omega_n t} dt$$

On appelle la donnée de tous les coefficients  $\underline{a_n}$  le **spectre**.

Un oscilloscope numérique (entre autres) permet de calculer le spectre d'un signal acquis, et on peut le visualiser sous deux formes différentes, soit en visualisant module et argument des coefficients de Fourier  $a_n$ , soit en visualisant parties réelles et imaginaires.

On peut généraliser cette décomposition en cosinus et sinus à toutes les fonctions, même pas périodiques. On doit alors changer la somme sur les harmoniques en une intégrale sur toutes les fréquences, on parle alors de transformation de Fourier (c'est ce que fait l'oscilloscope).

### 1.3 Caractéristiques d'un signal périodique

On utilise deux grandeurs qui peuvent permettre de caractériser une partie d'un signal périodique  $y(t)$  de période  $T$ .

1. On peut définir **la valeur moyenne** :

$$\langle y(t) \rangle = y_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y(t) dt.$$

Le résultat est bien évidemment indépendamment du choix de l'origine des temps  $t_0$ .

Un signal sinusoïdal a évidemment une moyenne nulle.

2. On définit aussi **la valeur efficace** :

$$y_{eff} = \sqrt{\langle y^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} y^2(t) dt}$$

Le résultat est indépendant du choix de  $t_0$ .

Un signal sinusoïdal a une valeur efficace qui est son amplitude divisée par  $\sqrt{2}$ .

## 2 Filtre

### 2.1 Définitions

#### Définition

Un **filtre** est un quadripôle qui ne transmet que les signaux dont la fréquence appartient à un intervalle appelé **bande-passante** et bloque les signaux dont la fréquence est dans le complémentaire (la bande rejetée).

En pratique, le passage de la bande passante à la bande rejetée ne peut pas être parfait. On considère qu'une fréquence est dans la bande rejetée si un signal à cette fréquence est suffisamment atténué par le filtre.

Schéma bloc d'un filtre.

Exemple : circuit RC. Si  $s(t)$  est la tension aux bornes du condensateur, alors à basse fréquence  $s(t) = e(t)$ , à haute fréquence  $s(t) = 0$  : filtre passe-bas. Si on prend la tension aux bornes de la résistance, on inverse : filtre passe-haut.

La plupart du temps entrée et sortie du filtre sont reliées par une équation différentielle. Dans notre étude on se restreindra à des équations différentielles **linéaires** et au maximum du second ordre, donc des équations du type  $\alpha \frac{d^2s}{dt^2} + \beta \frac{ds}{dt} + \gamma s = e$

### 2.2 Fonction de transfert

Puisque les équations sont linéaires, on va pouvoir décomposer l'entrée en série de Fourier, étudier chaque composante séparément puis sommer les solutions : si  $s_1$  et  $s_2$  sont des solutions de l'équation différentielle pour respectivement  $e_1$  et  $e_2$ , alors pour tout  $\lambda$  et  $\mu$ ,  $\lambda s_1 + \mu s_2$  est solution de l'équation différentielle pour  $\lambda e_1 + \mu e_2$ .

On va donc faire l'étude du filtre pour un signal sinusoïdal quelconque, et puisqu'on se place en régime sinusoïdal forcé, l'outil mathématique naturel pour l'étude est l'outil complexe.

On va donc prendre comme entrée  $\underline{e}(t) = e_m e^{j\omega t}$  et chercher la sortie  $\underline{s}(t) = s_m e^{j\omega t}$ .

Toute l'info sur le filtre est donc donnée par la fonction complexe  $\underline{H}(\omega) = \frac{s}{e}$ .

### Définition

La **fonction de transfert complexe** d'un filtre linéaire est une fonction de la pulsation  $\omega$  (ou de la fréquence  $f$ ) définie par :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{s}{e} = \frac{s_m}{e_m}.$$

- Le module de  $\underline{H}(\omega)$  est le **gain linéaire** du filtre :  $G(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$  ;
- l'argument est le déphasage de  $s(t)$  par rapport à  $e(t)$  :  $\phi(\omega) = \text{Arg}(\underline{H})$ .

Exemple avec le circuit RC :  $\underline{H} = \frac{1}{R + jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ .

On voit bien dans ce cas que le gain et le déphasage dépendent de la pulsation, on va donc avoir une réponse différente selon la fréquence : exemple conductimètre (on va garder des variations de fréquence plus faible que 1kHz par exemple si on mesure toutes les ms).

On parle souvent du **gain en décibel** d'un filtre  $G_{dB} = 20 \log(G)$ .

L'intérêt est qu'il permet de mieux visualiser des gains linéaires qui varient sur plusieurs ordres de grandeurs, par exemple si  $G$  varie de 0,001 à 1000,  $G_{dB}$  varie de -60 dB à + 60 dB. Mais surtout un gain linéaire de 100 ( $G_{dB} = 40$ ) est aussi proche d'un gain linéaire de 10 ( $G_{dB} = 20$ ) que de 1000 ( $G_{dB} = 60$ ).

Calculs : si on multiplie par 10, le gain en décibel est augmenté de 20 dB. Multiplier par 100 revient à ajouter 40 dB, diviser par 10 à retrancher 20 dB.

- 3 dB correspond à une division par  $\sqrt{2}$ , c'est pourquoi on regarde souvent la bande passante à - 3 dB (par exemple en SI).

## 2.3 Diagramme de Bode

On va donc pour étudier le filtre avoir besoin de représenter la fonction  $\underline{H}(\omega)$ .

Une représentation possible est le **diagramme de Bode** dans lequel on trace le gain et le déphasage séparément. Cependant, pour des raisons de lecture, l'échelle logarithmique est plus adaptée.

Pour le diagramme de Bode on trace :

- $G_{dB} = f\left(\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right)$  : diagramme de Bode en gain ;
- $\phi = g\left(\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right)$  : diagramme de Bode en phase.

Pour  $\omega_0$ , soit on trouve une valeur caractéristique du circuit (par exemple dans le cas du circuit RC,  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ ), sinon, on prend  $1 \text{ s}^{-1}$ .

### 2.3.1 Tracé du diagramme de Bode du circuit RC

On doit donc tracer les fonctions :

- $G_{dB}(x = \omega/\omega_0) = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)$  ;
- $\phi(x) = -\text{Arctan}(x)$ .

Pour les tracés, on regarde les comportements limites afin de tracer les asymptotes :

- basses fréquences  $x \ll 1$ ,  $G_{dB}(x) \simeq 20 \log 1 = 0$  et  $\phi(x) \simeq 0$ , on trace donc les deux asymptotes horizontales ;
- hautes fréquences  $x \gg 1$ ,  $G_{dB}(x) \simeq 20 \log 1/x = -20 \log x$  et  $\phi(x) \simeq \pi/2$ . On peut donc tracer une asymptote horizontale pour le déphase, et pour le gain en décibel, on obtient une droite en échelle logarithmique, de pente - 20 dB/décade (on perd 20 dB quand on multiplie la fréquence par 10).

On remarque que pour  $x = 1$ ,  $G_{dB} = -3dB$ , on appelle donc la pulsation  $\omega_0$  la **pulsation de coupure**.

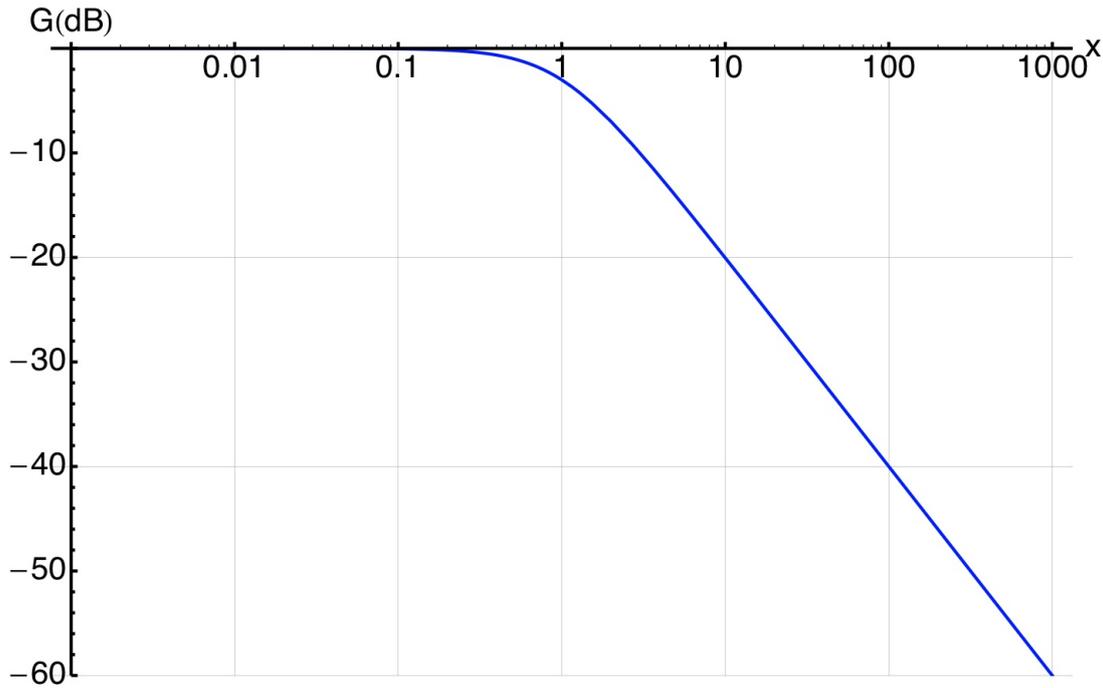


FIGURE 1 – Diagramme de Bode en gain d’un filtre passe-bas du premier ordre.

### 2.3.2 Etude des asymptotes

On a vu une pente à -20 dB/décade, quel est son effet sur un signal haute fréquence? On a alors  $\underline{H}(\omega) \simeq \frac{\omega_0}{j\omega}$ , ce qui veut dire que  $\underline{s} = \omega_0 \frac{e}{j\omega}$ . On a donc réalisé un montage **intégrateur**.

De manière générale, dans un diagramme de Bode en gain **pente à - 20 dB/décade = intégrateur**. Si on veut intégrer un signal périodique de période  $T$  avec ce filtre, il faut s’assurer que toutes les fréquences de la décomposition de Fourier sont dans la pente négative, donc si on appelle  $f_0 = \frac{1}{T}$  la fréquence du fondamental du signal, on aura bien intégré le signal uniquement si  $f_0 > f_c$  avec  $f_c = \frac{\omega_0}{2\pi}$  la fréquence de coupure.

A l’inverse, une pente positive à + 20 dB/décade signifie que  $\underline{s} = \frac{\omega}{\omega_0} e$ , on réalise alors un montage **dérivateur**.

## 2.4 Réponse d’un filtre à un signal

### 2.4.1 Avec la fonction de transfert

Exemple sur le passe bas d’ordre 1, de fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{1}{1+j\omega/\omega_0}$  avec  $\omega_0 = 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

Si  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ , avec  $E_m = 1,0 \text{ V}$  et  $\omega = 500 \text{ s}^{-1}$ , alors :

- $\underline{H} = \frac{1}{1+j/2}$  ;
- $G = \frac{1}{\sqrt{1,25}} = 0,9$  donc  $S_m = 0,9 \text{ V}$  ;
- $\phi = -\text{Arctan}(1/2) \simeq -0,47 = -27^\circ$  ;
- $s(t) \simeq 0,9 \cos(\omega t - 0,47)$ .

Si on a une combinaison linéaire de plusieurs signaux sinusoïdaux, on fait la même combinaison linéaire des sorties. Exemple, si  $e_2(t) = E_m \cos(\omega t) + \frac{E_m}{2} \cos(2\omega t)$  avec  $E_m = 1,0 \text{ V}$  et  $\omega = 500 \text{ s}^{-1}$ , alors on ajoute au signal  $s(t)$  précédent le signal obtenu en réponse de  $\frac{E_m}{2} \cos(2\omega t)$ , donc on trouve  $s(t) \simeq 0,9 \cos(\omega t - 0,47) + 0,35 \cos(2\omega t - \pi/4)$ .

Enfin, pour un signal périodique quelconque, on fait la même chose grâce à la décomposition de Fourier.

### 2.4.2 Avec le diagramme de Bode

On fait exactement comme avec la fonction de transfert sauf qu’au lieu de calculer gain et déphasage, on les mesure sur le graphe.

### 3 Etude de filtres classiques

#### 3.1 Filtres classiques

##### 3.1.1 Passe-bas

On vient de voir dans la partie précédente un filtre passe-bas. Le polynôme du dénominateur étant de degré 1, nous avons étudié un filtre passe-bas du premier ordre.

##### 3.1.2 Passe-haut

Exemple RC en regardant R, RL avec L : vérifier les comportements limites.

Fonction de transfert :  $\underline{H}(\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} = \frac{jx}{1 + jx}$  ou  $\underline{H}(\omega) = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{jx}{1 + jx}$  en posant  $\omega_0 = \frac{1}{RC}$  ou  $\omega_0 = \frac{L}{R}$ . Il s'agit donc d'un filtre passe-haut du premier ordre.

Diagramme de Bode en gain : BF pente à +20 dB/décade (donc dérivateur), HF  $G_{dB} = 0$ . Diagramme de Bode en phase : BF  $\phi \rightarrow \pi/2$ , HF  $\phi \rightarrow 0$ .

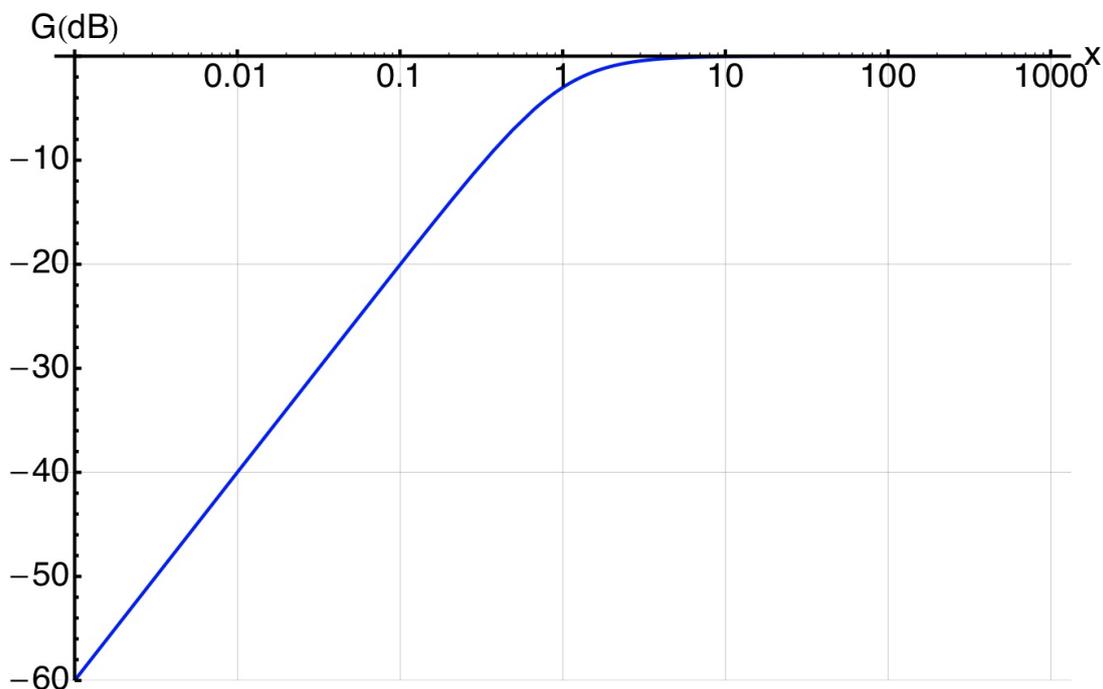


FIGURE 2 – Diagramme de Bode en gain d'un filtre passe-haut du premier ordre.

##### 3.1.3 Passe-bande

Impossible à réaliser avec seulement deux dipôles. On prend un circuit RLC et on regarde la tension aux bornes de R.

Comportements limites : HF bobine = coupe-circuit donc  $i = 0$  et  $u_R = 0$ . BF, idem mais avec condensateur.

Fonction de transfert :  $\underline{H}(\omega) = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}$  en posant  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Il s'agit d'un filtre **du second ordre** puisque le dénominateur est un polynôme d'ordre 2.

Diagramme de Bode en gain :  $G_{dB}(x) = 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2(x - 1/x)^2}} \right)$  On a donc :

- $G_{dB}(x \ll 1) \simeq 20 \log x - 20 \log Q$ , donc pente positive à + 20 dB/décade (dérivateur) ;
- $G_{dB}(x \gg 1) \simeq -20 \log x - 20 \log Q$ , donc pente négative à - 20 dB/décade (intégrateur).

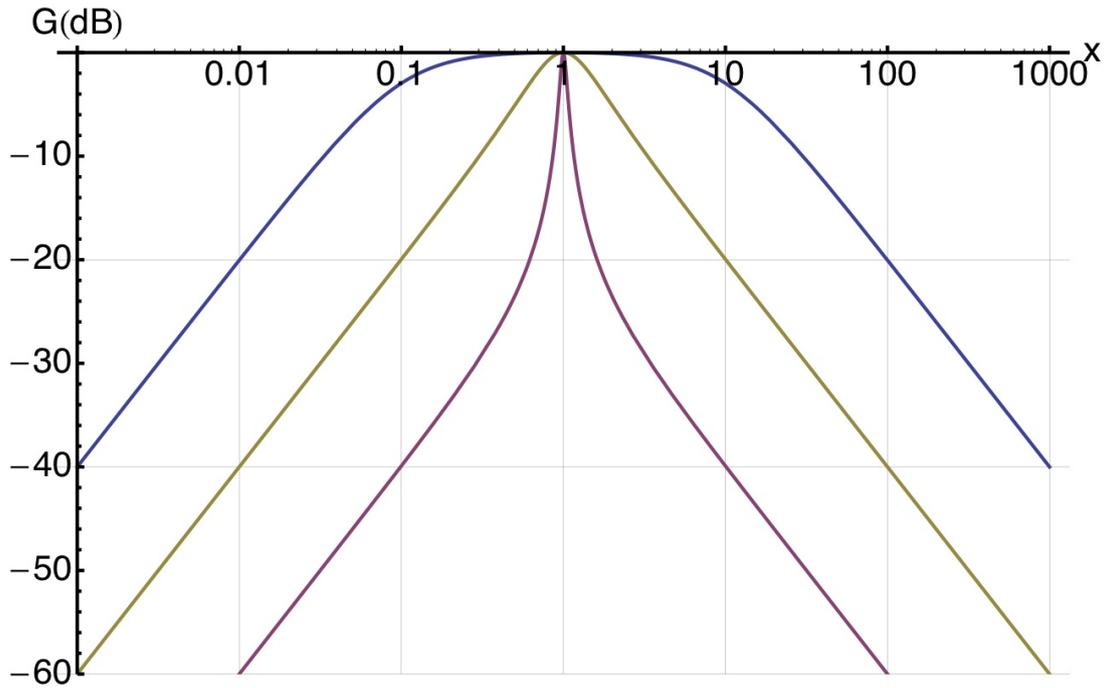


FIGURE 3 – Diagramme de Bode en gain d’un filtre passe-bande. La courbe bleue correspond à un facteur de qualité de 0,1, la courbe ocre à un facteur de qualité de 1 et la courbe rouge à un facteur de qualité de 10.

### 3.1.4 Coupe-bande

Circuit RLC et on regarde la tension aux bornes de LC.

Comportements aux limites : BF, condensateur = coupe circuit donc  $s(t) \rightarrow e(t)$ . HF, bobine = coupe circuit donc  $s(t) \rightarrow e(t)$ . Entre les deux, pulsation  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  telle que  $L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$ , donc  $Z_{eq} = 0 : s(t) = 0$ .

$$\text{Fonction de transfert : } \underline{H} = \frac{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{x-1/x}{(x-1/x) - \frac{j}{Q}} = \frac{x^2-1}{x^2-1 - \frac{jx}{Q}}$$

$$\text{Diagramme de Bode en gain : } G_{dB}(x) = 20 \log \left( \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2/Q^2 + (x^2-1)^2}} \right) \text{ On a donc :}$$

- $G_{dB}(x \ll 1) \simeq 0$ , donc asymptote horizontale ;
- $G_{dB}(x \gg 1) \simeq 0$ , donc asymptote horizontale.

### 3.1.5 Déphaseur

Le circuit est composé de deux circuits RC séries montés en parallèle, l’un commençant par la résistance, l’autre par le condensateur. On mesure la tension entre les deux points centraux des branches.

On a alors :

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{jx}{1 + jx} \\ V_2 &= \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + jx} \\ V_2 - V_1 &= \frac{1 - jx}{1 + jx} \end{aligned}$$

On a donc  $G(x) = 1$ , donc  $G_{dB}(x) = 0$  et  $\phi(x) = -2\text{Arctan}(x)$  qui varie de 0 à  $-\pi$ .

### 3.1.6 Filtre passe-bas du second ordre

On a vu un filtre passe-bas du premier ordre, toutefois, pour ce filtre la décroissance du signal avec la fréquence se fait tout le temps avec une pente de -20 dB/décade, or on peut vouloir dans le cahier des charges que les fréquences

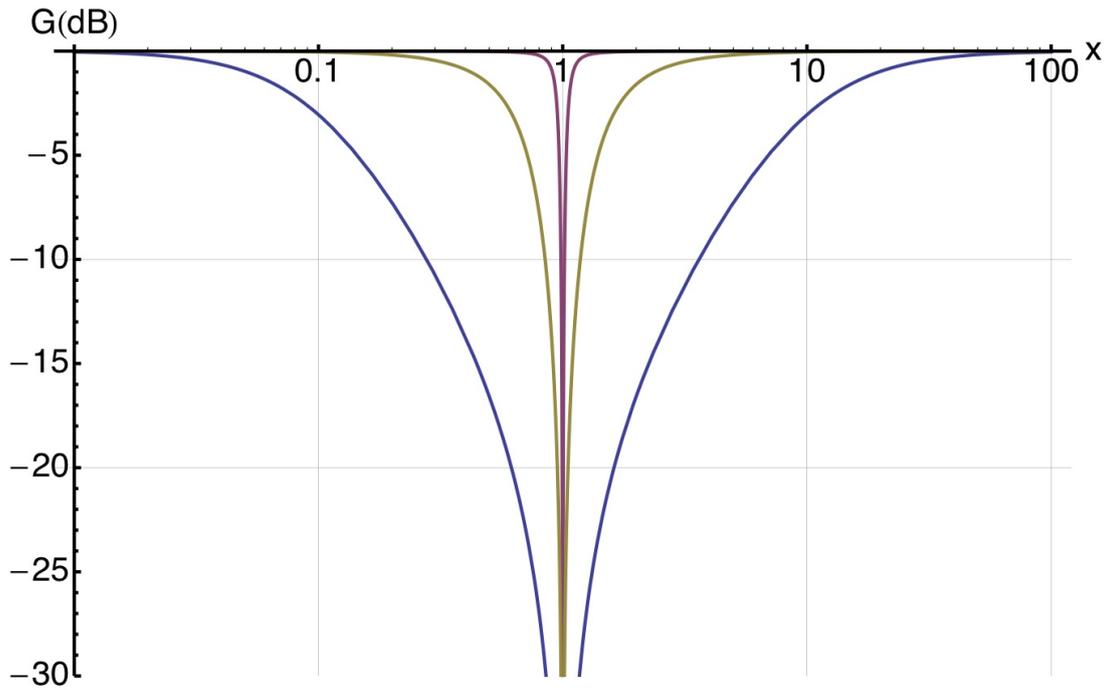


FIGURE 4 – Diagramme de Bode en gain d’un filtre coupe-bande. La courbe bleue correspond à un facteur de qualité de 0,1, la courbe ocre à un facteur de qualité de 1 et la courbe rouge à un facteur de qualité de 10.

hors de la bande passante soient atténuées beaucoup plus rapidement, par exemple, on peut souhaiter une atténuation d’un facteur 100 à chaque fois que l’on multiplie la fréquence par 10.

On peut alors réaliser un filtre passe-bas du second ordre, soit en associant plusieurs filtres du premier ordre, soit directement, par exemple avec la tension aux bornes d’un condensateur dans un circuit RLC série.

Comportement limite : HF, le condensateur est équivalent à un fil, donc  $s(t) \rightarrow 0$ , BF, le condensateur est équivalent à un coupe-circuit, on trouvera bien  $s(t) \rightarrow e(t)$ . Est-ce que le cahier des charges sur l’atténuation est respecté ?

Fonction de transfert :  $H = \frac{1}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{(1-x^2) + \frac{jx}{Q}}$  en posant  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ . On a donc bien réalisé un filtre du second ordre.

Diagramme de Bode en gain :  $G_{dB} = 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + x^2/Q^2}} \right) = -10 \log((1-x^2)^2 + x^2/Q^2)$ .

- BF :  $x \ll 1$ ,  $G_{dB} = 0$  ;
- HF :  $x \gg 1$ ,  $G_{dB}(x) \simeq -40 \log x$ , donc on a une pente de - 40 dB/décade, comme demandé par le cahier des charges.

On peut regarder de plus la valeur en  $x = 1$  :  $G_{dB}(x = 1) = 20 \log Q$ . Ainsi, lorsque  $Q > 1$ ,  $G_{dB}(x = 1) > 0$ , on a réalisé un filtre **résonant**. En pratique, on va la plupart du temps vouloir éviter cette résonance pour avoir une courbe qui ressemble à un filtre passe-bas du premier ordre pour les basses fréquences (réponse plate aux basses fréquences) avec une décroissance plus rapide aux hautes fréquences. On choisit donc une valeur de  $Q \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

### 3.2 Gabarit d’un filtre

On vient de voir que selon le cahier des charges, on va être amené à choisir des filtres différents. L’opération qui permet de choisir le filtre adapté s’appelle la détermination du **gabarit du filtre**.

Pour réaliser un gabarit, il faut déterminer :

- une **zone conservée** : dans la bande-passante, le gain doit être supérieur à une valeur minimale  $G_{min}$  (et éventuellement inférieur à une valeur maximale  $G_{max}$ ) ;
- une **zone supprimée** : dans la bande rejetée, le gain doit être inférieur à une valeur  $G_{att}$

Exemple : on souhaite éliminer les ultrasons d’un signal audio. On va donc souhaiter un gain supérieur à -3 dB pour la bande audible (de 0 à 20 kHz), et que l’atténuation des signaux de fréquence supérieure à 40 kHz soit supérieure à 10 dB.

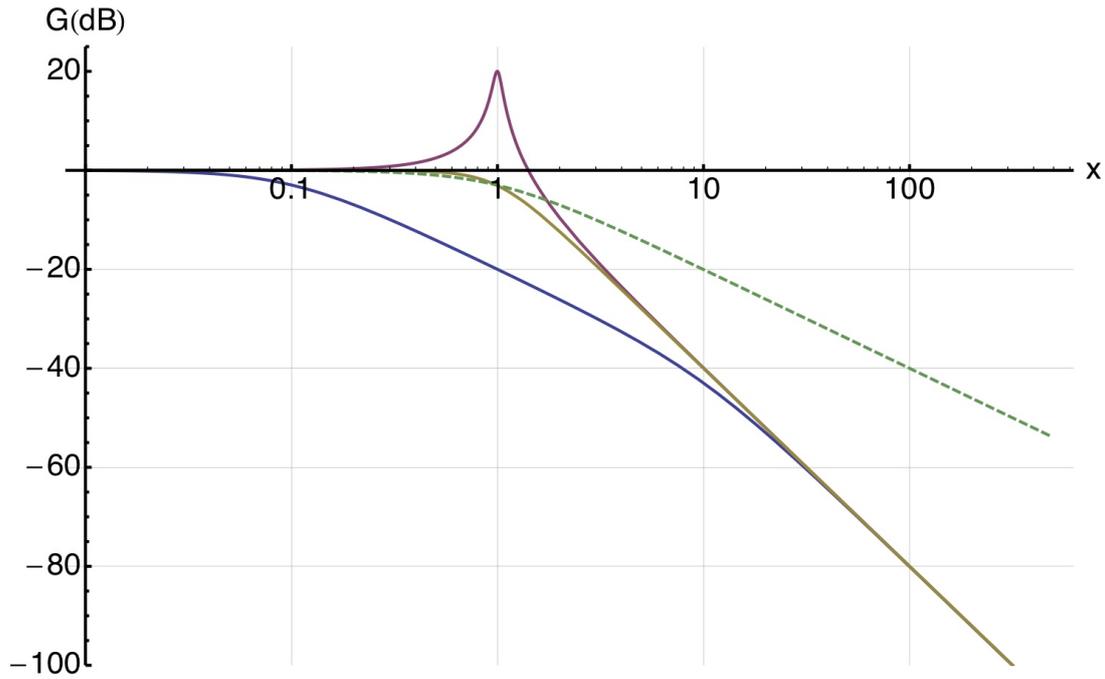


FIGURE 5 – Diagramme de Bode en gain d'un filtre passe-bas du second ordre. La courbe bleue correspond à un facteur de qualité de 0,1, la courbe ocre à un facteur de qualité de  $1/\sqrt{2}$  et la courbe rouge à un facteur de qualité de 10. La courbe en pointillés est celle du filtre passe-bas du premier ordre pour comparaison.

Dessin du gabarit. On montre qu'un filtre passe-bas du premier ordre avec une fréquence de coupure à 20 kHz ne convient pas (atténuation trop faible dans la bande rejetée). Le calcul de la pente minimale d'un filtre acceptable donne une pente de - 23 dB/décade : un filtre du premier ordre ne pourra pas marcher.

### 3.3 Filtres en cascade

Un manière intuitive de réaliser un filtre du second ordre est l'association en cascade de deux filtres du premier ordre : si en multipliant la fréquence par dix, chaque filtre diminue le gain d'un facteur 10, les deux filtres ensemble diminueront le gain d'un facteur 100.

On peut vérifier cette idée avec deux passes bas du premier ordre RC, mais il y a alors un problème : on ne trouve pas  $\underline{H} = \frac{1}{(1+jx)^2}$  mais  $\underline{H} = \frac{1+jx}{1-x^2+3jx}$ , et la pente est toujours de - 20 dB/décade.

C'est une nouvelle illustration du problème d'adaptation d'impédance que l'on a déjà vu : on ne peut faire une étude en blocs de quadripôles uniquement s'il n'y a aucun courant qui "fuit" du quadripôle "amont" vers le quadripôle "aval", sinon, le comportement du quadripôle amont change entre l'étude à vide (sans quadripôle aval) et l'étude en charge (avec le deuxième quadripôle).

En terme d'impédance, il faut que l'impédance de sortie du premier quadripôle soit très inférieure à l'impédance d'entrée du second :  $Z_{s,1} \ll Z_{e,2}$ .

Si jamais cette condition n'est pas validée, on peut utiliser un montage suiveur, par exemple avec un amplificateur linéaire intégré. Schématiquement, un montage suiveur est un filtre de gain constant égal à 1, de déphasage nul, avec une impédance d'entrée infinie et une impédance de sortie nulle.