Mécanique 3
Approche énergétique en mécanique.

Table des matières

Nous venons de terminer le chapitre précédent de mécanique du point en traçant le portrait de phase du pendule simple. On a vu que l'équation de l'ellipse obtenue aux petits angles traduisait la conservation de l'énergie mécanique au cours du temps. Nous allons donc dans ce chapitre tâcher de définir ce qu'est l'énergie mécanique d'un système matériel, et voir comment utiliser la notion d'énergie pour résoudre des problèmes de mécanique.

1 Variations d'énergie cinétique

1.1 Energie cinétique d'un point matériel

On définit l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ comme :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}.$$

L'énergie cinétique dépend donc du référentiel choisi.
Ordres de grandeur :

- voiture sur autoroute : $m \sim 1$ tonne, $v \sim 40$ m/s, $E_c \sim 8,0.10^5$ J
- gaz dans la salle de cours : $m \sim 200kg$, $v \sim 300$ m/s , $E_c \sim 9,0.10^6$ J (dix fois plus !)

1.2 Variation d'énergie cinétique et puissance

Considérons deux voitures, une voiture de sport de 800 kg et un monospace de 1300 kg. La première passe de 0 à 100 km/h en 4,0 secondes, la deuxième en 10,0 secondes.
On peut alors regarder la variation de leur énergie cinétique :

$$\Delta E_c = E_c(fin) - E_c(début).$$

Pour la voiture de sport $\Delta E_c = 310$ kJ, pour le monospace $\Delta E_c = 500$ kJ. Comment expliquer cette différence ?
En fait il faut regarder la puissance fournie par le moteur dans chaque cas en divisant la variation d'énergie cinétique par la durée de l'expérience, et on trouve alors une puissance de 77 kW pour la voiture de sport et de 50 kW pour le monospace.
En réalité, de même que la vitesse instantanée ne s'obtient pas en divisant la distance par la durée, on définit la puissance cinétique comme la dérivée de l'énergie cinétique.
Considérons maintenant une luge tractée par quelqu'un avec une force d'intensité fixe. Selon l'angle entre la ficelle et le sol, l'accélération sera plus ou moins forte, et donc la puissance cinétique ne sera pas la même.

Définition

La puissance d'une force est obtenue par le produit scalaire de cette force et de la vitesse : $P = \vec{F}.\vec{v}$.

1.3 Travail d'une force

Le travail d'une force correspond à l'énergie apportée par cette force entre l'état initial et l'état final. C'est l'intégrale de la puissance de cette force par rapport au temps.

$$W = \int_{t_A}^{t_B} P dt = \int_{t_A}^{t_B} \vec{F}.\vec{v}dt = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl},$$

en notant $\vec{dl} = \vec{v}dt$ le déplacement élémentaire.
Dans les cas simples :

- Si $\vec{F} \perp \vec{v}$ alors $W = 0$
- $W = \pm FL\cos\alpha$ pour une force constante avec $L = AB$ et α l'angle entre AB et la direction de la force.

On dit que le travail est :

- **moteur** si $W > 0$, donc si $\vec{F}$ et $\vec{v}$ sont dans le même sens ;
- **résistant** dans le cas contraire.

Exemples :

1. Déplacement d'une masse $m = 5,0$ kg vers une étagère située à $h = 2,0$ m du sol. Le travail ne dépend pas du chemin suivi ici puisque la force est constante. Le travail est alors $W = mgh$. Cette formule se généralise en $W = mg\Delta h$ et le travail est moteur ou résistant selon si on monte ou descend la masse. Par exemple pour le volant de badminton, le poids est d'abord résistant lors de la phase ascendante puis moteur lors de la descente.

2. Frottements solides le long d'une trajectoire rectiligne de longueur L : $\vec{F} = -T\vec{u}_v$, donc travail résistant et $W = -FL$. Cette expression se généralise quelque soit la forme du chemin suivie en $W = -F\mathcal{L}$ avec $\mathcal{L}$ la longueur effectivement suivie. De même, pour le volant de badminton, les frottements fluides sont toujours résistants.

3. luge tractée par un fil sur une longueur L $W = TL\cos\alpha$.

1.4 Lois de variation de l'énergie cinétique

1.4.1 Théorème de la puissance cinétique

On définit la puissance cinétique comme $P_{cin} = \frac{dE_c}{dt}$.

> Le théorème de la puissance cinétique énonce que dans un référentiel galiléen la puissance cinétique d'un point matériel est la somme de la puissance de toutes les forces extérieures appliquées au point matériel considéré : $\frac{dE_c}{dt} = \sum_i P_i$.

Exemple : pour le pendule simple

- l'énergie cinétique est $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$;
- la puissance exercée par la tension du fil est $P(\vec{T}) = 0$ car $\vec{T}\perp\vec{v}$;
- la puissance exercée par le poids est $P(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{v} = (-mg\cos\theta\vec{u}_r - mg\sin\theta\vec{u}\theta).(L\dot{\theta}\vec{u}_\theta) = -mgL\dot{\theta}\sin\theta$.

Le théorème de la puissance cinétique énonce donc que $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2) = -mgL\dot{\theta}\sin\theta$ ce qui après simplification donne $\ddot{\theta} = \frac{-g}{L}\sin\theta$ ce qui est l'équation obtenue en utilisant le PFD.

Le théorème de la puissance cinétique semble donc être une manière d'obtenir rapidement les équations du mouvement, mais il ne donne pas plus d'informations que le PFD, et dès qu'il y a plus d'un degré de liberté il est moins efficace (1 seule équation).

1.4.2 Théorème de l'énergie cinétique

On étudie maintenant un mouvement entre deux instants t_A et t_B, et on s'intéresse à la variation d'énergie cinétique $\Delta E_c = E_c(t_B) - E_c(t_A)$. On peut intégrer le théorème de la puissance cinétique entre ces deux instants, et on trouve alors le théorème de l'énergie cinétique :

> Le théorème de l'énergie cinétique énonce que dans un référentiel galiléen la variation d'énergie cinétique entre deux instants est la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au système.

Exemples :

- Pour le pendule entre la position $\theta = \theta_0$ et $\theta = 0$. Alors $\Delta E_c = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2$ et $W(\vec{P}) = mgL(1-\cos\theta_0)$. On utilise le théorème de l'énergie cinétique pour obtenir la vitese maximale du pendule $\dot{\theta}_{max} = \sqrt{\frac{2g(1-\cos\theta_0)}{L}} \simeq \theta_0\omega_0$
- Distance de freinage d'une voiture $v_0 = 30$ m/s, $f = 0,6$. $\Delta E_c = -\frac{1}{2}mv_0^2$ et $P(\vec{T}) = -Td = -fNd = -fmgd$. On a donc d'après le théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_c = P(\vec{T})$ donc $d = \frac{v_0^2}{2fg} \simeq 76$ m. On remarque d'ailleurs que la valeur d ne dépend pas de la masse du véhicule (par contre, elle dépend bien du coefficient de frottement f, et donc il faut ralentir sur route mouillée...)

Le théorème de l'énergie cinétique est pratique pour faire des bilans entre deux instants, par contre, vu qu'on ne s'intéresse pas à ce qui se passe en chaque instant, on ne peut pas avoir les équations horaires du mouvement. Une solution serait alors de dériver ce théorème, mais on obtient alors le théorème de la puissance cinétique...

2 Energie mécanique

2.1 Energie potentielle

2.1.1 Définition

On appelle **force conservative** une force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi.

Exemples : le poids ou la force exercée par un ressort. Contre exemple : frottements.

On prend alors un point de référence O et on définit l'énergie potentielle au point M comme l'opposé du travail pour aller de O en M (puisque le travail ne dépend pas du chemin, c'est donc une fonction uniquement de la position M) :

$$E_p(M) = -W_{O\to M}(+E_p(O))$$

2.1.2 Expressions usuelles

- Pour le poids, $E_p = mgh$ où h est l'altitude par rapport à la référence choisie en O (h peut être négatif). Cette énergie potentielle correspond à l'énergie que peut potentiellement relâcher le système (barrage hydroélectrique) en passant de la hauteur h à la hauteur nulle. C'est aussi l'énergie nécessaire à fournir pour amener un objet de masse m depuis l'origine jusqu'à la hauteur h.
- pour le ressort $E_{p,elast} = \frac{1}{2}k(l-l_0)^2$ en prenant l'origine des énergies à la longueur à vide.

2.1.3 Généralisation aux autres forces conservatives (hors programme)

En réalité, si une force ne dépend que de la position, on peut lui associer une énergie potentielle E_p telle que $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p$. ($-\vec{\nabla}$ correspond à une dérivation pour une fonction de plusieurs variables, par exemple une position dans l'espace à trois dimensions).

Par exemple, pour la gravitation universelle, $\vec{F} = -G\frac{mm'}{r^2}\vec{u}_r = -\vec{\nabla}E_p$ en posant $E_p = -\frac{Gmm'}{r}$.

De même, en présence d'un champ électrostatique, on peut définir un potentiel électrique $V(M)$ (c'est par exemple le potentiel d'un point d'un conducteur en électricité), tel que l'énergie potentielle électrique d'une particule de charge q située en M soit $qV(M)$.

2.2 Energie mécanique

2.2.1 Conservation

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique et de toutes les énergies potentielles $E_m = E_c + E_p$.

S'il n'y a que des forces conservatives, $E_m = cste$. Preuve : entre les deux positions A et B, alors en appliquant le théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_c = \sum_i W_i$. Or par définition des énergies potentielles $\Delta E_p = -\sum_i W_i$. On a donc bien $\Delta E_m = 0$.

C'est pour cette raison qu'une force est dite conservative : l'énergie mécanique est **conservée**. On dit que l'énergie mécanique est une **intégrale première du mouvement**.

Généralement pour nous, ce sont les frottements qui seront la force non-conservative s'il y en a une. Mais ce n'est pas toujours le cas, une force motrice peut aussi être non-conservative.

Exemples :

- Hauteur atteinte par une balle lancée verticalement avec vitesse initiale v_0.

  $E_m(t=0) = \frac{1}{2}mv_0^2$, en l'absence de frottements (négligés), qu'une seule force (le poids) conservative, donc $E_m = cste$. A l'instant t, $E_m = mgh + E_c \geqslant mgh$ on a donc $h \leqslant \frac{E_m}{mg} = \frac{v_0^2}{2g}$. Pour une balle de fusil, $v_0 \sim 1$ km/s donc $h_{max} \simeq 50$ km, pour une balle de baseball, $v_0 \sim 20m/s$ donc $h_{max} \sim 20$ m.
- Lanceur de bille de flipper : de combien doit contracter un ressort de longueur à vide $l_0 = 15$ cm et de constante de raideur $k = 100$ N/m pour envoyer une bille de masse $m = 50$ g à une distance $D = 1,5$ m, sachant que la table est inclinée de $\alpha = 30°$ et que l'accélération de la pesanteur est $g = 10$ m.s^{-2} ?

  Calculons l'énergie mécanique avant le lancer $E_{m,1}$ et au sommet de la trajectoire :

$$E_{m,1} = \frac{1}{2}k(l-l_0)^2 \qquad \text{et} \qquad E_{m,2} = mgh = mgD\cos\alpha.$$

puisque dans les deux cas, la vitesse (et donc l'énergie cinétique) est nulle.

On doit donc avoir avoir, puisque les seules forces exercées (ressort et poids) sont conservatives $E_{m,1} = E_{m,2}$ donc $|l - l_0| = \sqrt{\frac{2mgD\cos\alpha}{k}}$ donc on doit contracter le ressort d'environ 8,5 cm. On peut alors observer que juste après le lancer, l'énergie potentielle élastique est nulle et l'énergie potentielle de pesanteur aussi : toute l'énergie mécanique est en fait concentrée dans l'énergie cinétique et la bille a alors sa vitesse maximale.

> Dans un mouvement avec uniquement des forces conservatives, il y a continuellement des échanges entre énergies potentielles, et entre énergie potentielle et énergie cinétique.

Est-ce que la conservation de l'énergie mécanique apporte une nouvelle information ?

Dans le cas du pendule simple, on a vu dans le chapitre précédent en cherchant à tracer le portrait de phase que l'équation donnant la trajectoire était équivalente à la conservation de l'énergie.

On en déduit que la conservation de l'énergie mécanique donne une équation, qui lorsqu'on la dérive, permet de retrouver l'équation différentielle régissant le mouvement.

Per exemple pour le pendule simple :

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 + mgL(1 - \cos\theta) = cte.$$

Lorsque l'on dérive par rapport au temps on obtient alors l'équation différentielle :

$$mL^2\ddot{\theta}\dot{\theta} + mgL\sin\theta\dot{\theta} = 0,$$

qui en simplifiant par par $mL^2\dot{\theta}$ donne bien l'équation du pendule simple :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0.$$

3 Mouvement conservatif à une dimension

3.1 Position d'équilibre

Définitions

- Une **position d'équilibre** d'un système mécanique est une position telle que si on laisse le système mécanique dans cette position et sans vitesse initiale, il reste dans cette position.
- Une position d'équilibre est **stable** si le système revient vers la position d'équilibre quand on l'éloigne légèrement de la position d'équilibre.
- Une position d'équilibre est **instable** si le système s'éloigne de la position d'équilibre si on l'éloigne légèrement de la position d'équilibre.

Exemples : si on considère un pendule simple dont on remplace le fil par une tige solide (de masse négligeable), il y a deux positions d'équilibre : $\theta = 0$ (en bas) et $\theta = \pi$ (en haut). La position $\theta = 0$ est stable, la position $\theta = \pi$ est instable.

3.2 Positions d'équilibre d'un système conservatif

Considérons un système mécanique conservatif à un seul degré de liberté, donc avec une énergie potentielle de la forme $E_p(x)$.

Quel est la résultante des forces exercées en un point d'abscisse x ?

Calculons le travail élémentaire des forces lorsque l'on déplace le point de x à $x + dx$:

$$dW(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{dl} = \vec{F}.(dx\vec{u}_x) = F_x dx,$$

où on a appelé F_x la composante du vecteur $\vec{F}$ le long de l'axe x.

Or par définition, pour des forces conservatives, $W = -\Delta E_p$ donc on a $dW = -(E_p(x+dx) - E_p(x))$. On en déduit alors $F_x = -\frac{dE_p}{dx}$.

Hors programme : pour une force conservative $\vec{F}$ d'énergie potentielle E_p, on peut écrire la relation $\vec{F} = -\vec{\nabla}E_p$ où $\vec{\nabla}$ représente la généralisation de la dérivation à un champ scalaire.

Par exemple, en coordonnées cartésiennes $\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{u}_x - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{u}_y - \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{u}_z$.

On vient donc de déterminer que le système mécanique subit lorsqu'il est en x une force $\vec{F} = -\frac{dE_p}{dx}\vec{u}_x$. Le système sera dans une position d'équilibre si son accélération est nulle en ce point donc si $\vec{a} = \vec{0}$, donc si $\frac{dE_p}{dx} = 0$.

Les positions d'équilibre d'un système mécanique soumis à des forces conservatives correspondent à des positions où l'énergie potentielle est **extrémale** : il s'agit alors d'un maximum ou d'un minimum local.

3.3 Stabilité d'une position d'équilibre

Positionnons nous à une position d'équilibre, donc à x_{eq} tel que $\frac{dE_p}{dx}(x = x_{eq}) = 0$.
Comment déterminer si la position d'équilibre est stable ou non ?

1. Si $E_p(x)$ présente un maximum en x_{eq}, alors on peut regarder quelle est la force exercée en $x_{eq} - dx$:

$$F_x(x_{eq} - dx) = F_x(x_{eq} - dx) - F_x(x_{eq}) = -dx\frac{dF_x}{dx}(x = x_{eq}) = +dx\frac{d^2E_p}{dx^2}(x = x_{eq}).$$

   Puisque E_p présente un maximum en x_{eq} alors sa dérivée seconde y est négative. On a donc que $F_x(x_{eq}-dx) < 0$, donc la force va éloigner le système de la position d'équilibre.

   De la même manière, la force exercée en $x_{eq} + dx$ est :

$$F_x(x_{eq} + dx) = F_x(x_{eq} + dx) - F_x(x_{eq}) = dx\frac{dF_x}{dx}(x = x_{eq}) = -dx\frac{d^2E_p}{dx^2}(x = x_{eq}) > 0$$

   On a donc que $F_x(x_{eq} + dx) > 0$, donc la force va éloigner le système de la position d'équilibre.

   En conclusion : la position d'équilibre est instable.

2. Si $E_p(x)$ présente un minimum en x_{eq}, alors on peut regarder quelle est la force exercée en $x_{eq} - dx$:

$$F_x(x_{eq} - dx) = F_x(x_{eq} - dx) - F_x(x_{eq}) = -dx\frac{dF_x}{dx}(x = x_{eq}) = +dx\frac{d^2E_p}{dx^2}(x = x_{eq}).$$

   Puisque E_p présente un minimum en x_{eq} alors sa dérivée seconde y est positive. On a donc que $F_x(x_{eq}-dx) > 0$, donc la force va ramener le système vers la position d'équilibre.

   De la même manière, la force exercée en $x_{eq} + dx$ est :

$$F_x(x_{eq} + dx) = F_x(x_{eq} + dx) - F_x(x_{eq}) = dx\frac{dF_x}{dx}(x = x_{eq}) = -dx\frac{d^2E_p}{dx^2}(x = x_{eq}) < 0$$

   On a donc que $F_x(x_{eq} + dx) < 0$, donc la force va ramener le système vers la position d'équilibre.

   En conclusion : la position d'équilibre est stable.

- Si l'énergie potentielle présente un maximum en x_{eq}, la position x_{eq} est un équilibre instable.
- Si l'énergie potentielle présente un minimum en x_{eq}, la position x_{eq} est un équilibre stable.

Exemple : pour le pendule simple modifié avec une tige rigide, la seule force conservative à considérer est le poids (l'action de la tige a un travail nul). L'énergie potentielle est donc $E_p = mgL(1 - \cos\theta)$.

On a donc équilibre quand $\frac{dE_p}{d\theta} = mgL\sin\theta = 0$, donc les deux positions d'équilibre $\theta_1 = 0$ et $\theta_2 = \pi$.

On peut alors dériver une deuxième fois l'énergie potentielle pour examiner leur stabilité $\frac{d^2E_p}{d\theta^2} = mgL\cos\theta$, qui est bien positif en 0 (donc θ_1 est un équilibre stable) et négatif en π (donc θ_2 est un équilibre instable).

3.4 Considérations qualitatives sur le mouvement

3.4.1 Lecture du profil d'énergie potentielle

Considérons donc à nouveau un système mécanique à un degré de liberté, soumis à des forces conservatives donnant un profil d'énergie potentielle $E_P(x)$. A l'aide des conditions initiales, on peut déterminer son énergie mécanique E_m à l'instant initial, qui est une constante d'après le théorème de l'énergie mécanique.

On a alors à tout instant $E_p = E_m - E_c = E_m - \frac{1}{2}mv^2 \leqslant E_m$.

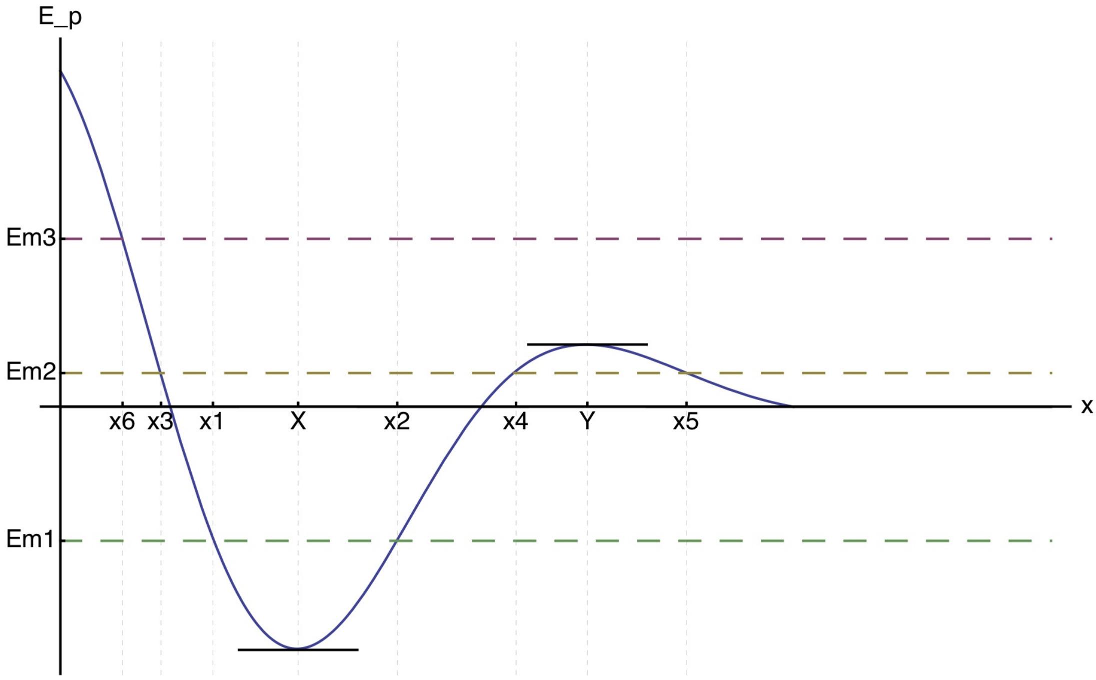

Figure 1 – Profil d'énergie potentielle avec laquelle est effectuée la description qualitative du mouvement.

Les positions accessibles par le système sont uniquement celles telles que $E_p(x) \leqslant E_m$.

Nous pouvons déjà déterminé sur ce graphique d'énergie potentielle qu'il y a deux positions d'équilibre X et Y. La position X est une position d'équilibre stable, la position Y est instable.

Nous allons maintenant étudier différente situations en fonction des conditions initiales.

1. **1er cas** : $E_m = E_{m1}$.

   Les seules positions accessibles sont entre x_1 et x_2. Si $x_1 < x < x_2$ alors $E_p < E_m$ donc l'énergie cinétique est non-nulle et le système se déplace jusqu'à arriver en x_1 ou x_2.

   En ces deux points, $E_p = E_m$ donc l'énergie cinétique est nulle : le système s'immobilise en ce point, mais ce n'est pas une position d'équilibre, le système repart donc dans l'autre direction et va donc faire perpétuellement des aller-retours entre ces deux points.

On dit alors que la trajectoire est **bornée**, et que le système est dans un **état lié**. La portion de l'espace autour de X est qualifiée de **puits de potentiel**.

2. **2ème cas** : $E_m = E_{m2}$.

   Les positions x accessibles sont $x_3 \leqslant x \leqslant x_4$ ou $x \geqslant x_5$. On distingue alors les deux cas :

   - $x_3 \leqslant x \leqslant x_4$: cas identique au précédent, avec une étendue spatiale plus grande.
   - $x \geqslant x_5$: si $\dot{x}_0 > 0$, alors le système garde tout le temps une vitesse strictement positive et part à l'infini. Si $\dot{x}_0 < 0$, alors le point part dans le sens des x décroissant, avec une augmentation de l'énergie potentielle (donc une vitesse de moins en moins grande), jusqu'en x_5 où sa vitesse s'annule. x_5 n'étant pas une position d'équilibre, le système repart dans l'autre sens jusqu'à l'infini.

Dans le cas $x \geqslant x_5$, la **trajectoire n'est pas bornée**, on parle d'un **état de diffusion**.

Il est impossible pour le système de passer de la région $x_3 \leqslant x \leqslant x_4$ à la région $x \geqslant x_5$ (et vice-versa). La région autour de Y est qualifiée de **barrière de potentiel**.

3. **3ème cas** : $E_m = E_{m3}$.

   On est alors dans le cas où E_m est plus grand que la barrière de potentiel, on dit que la barrière de potentiel est **effacée**.

   Si $\dot{x}_0 > 0$, le système part directement à l'infini, si $\dot{x}_0 < 0$, le système part dans le sens des x décroissant jusqu'au point x_5 avant de repartir dans l'autre sens jusqu'à l'infini.

3.4.2 Portrait de phase

Dans un système conservatif à une seule dimension, il y a un lien direct entre postion et vitesse :

$$E_c = E_m - E_p(x) \qquad \text{donc} \qquad \dot{x} = \pm\sqrt{\frac{2(E_m - E_p(x))}{m}}.$$

On peut donc facilement tracer le portrait de phase, en fonction des différentes valeurs de l'énergie mécanique, qui est elle fixée par les conditions initiales.

En traçant le portrait de phase obtenu avec le profil d'énergie précédent, on trouve les trajectoires dans l'espace des phases suivies par le système.

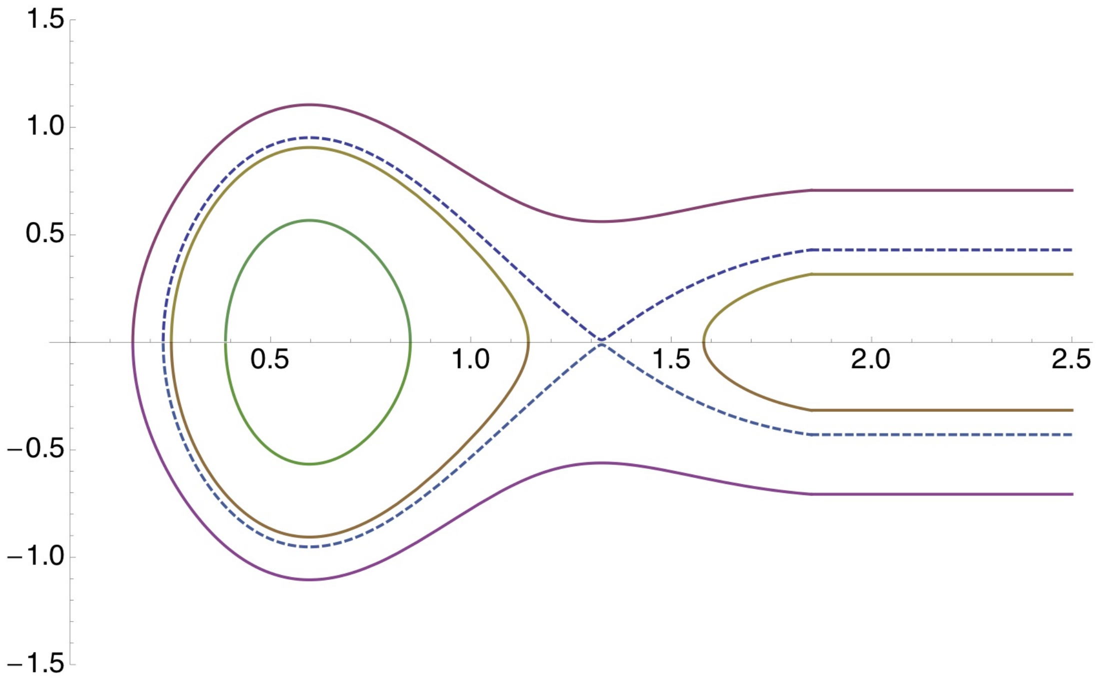

Figure 2 – Portrait de phase obtenus pour le profil d'énergie potentielle de la figure 1 pour les valeurs d'énergie mécanique déjà étudiéesE_{m1}, E_{m2} et E_{m3}. La courbe en pointillés correspond à $E_m = E_p(Y)$.

On voit donc sur le portait de phase deux types de trajectoires :

- les trajectoires **fermées** correspondant à des **mouvements périodiques** dans les **états liés**.
- les trajectoires **ouvertes** correspondant aux **états de diffusion** dans lesquels le système peut venir de l'infini et finit à l'infini.
- la courbe en pointillés sépare les deux types de courbes, on l'appelle **séparatrice**.

On peut faire de même pour le pendule simple avec tige solide, et le profil d'énergie potentielle $E_p(\theta) = mgL(1 - \cos\theta)$. Le profil en énergie potentielle du pendule simple, ainsi que les énergies mécaniques retenues pour le portrait de phase sont représentées dans la figure 3.

On obtient alors le portrait de phase de la figure 4.

On a tracé dans ce portrait de phase 4 courbes différentes :

- la courbe bleu correspond à un pendule lâché sans vitesse initiale depuis un angle proche de 30°. On est donc encore dans l'approximation des petits angles, et on trouve bien comme attendu une ellipse.
- la courbe ocre correspond au pendule lâché sans vitesse initiale avec un angle proche de 150°. On n'est plus dans le cas de l'approximation des petits angles : le portrait de phase n'est plus une ellipse.
- la courbe verte correspond au pendule lâché depuis la verticale sans vitesse initiale : il s'agit dans ce cas de la séparatrice.
- la courbe rouge correspond au pendule lancé avec vitesse initiale suffisante pour que le pendule puisse faire plusieurs tours : c'est un état de diffusion.

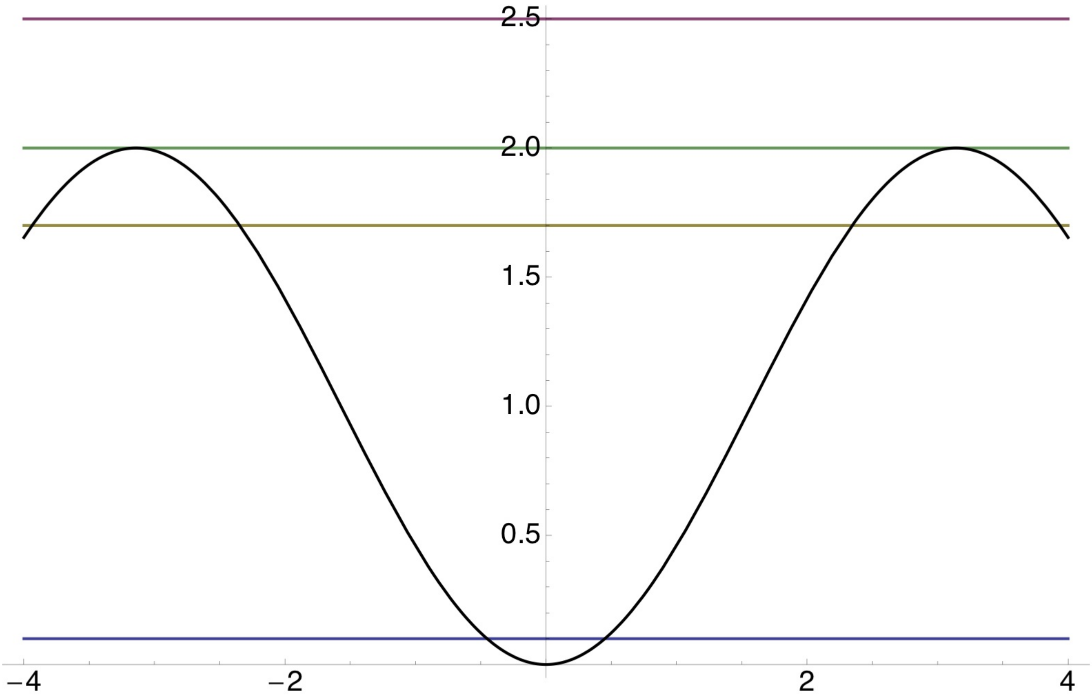

Figure 3 – Profil de l'énergie potentielle du pendule simple rigide (en noir) et les 4 énergies mécaniques retenues pour le portrait de phase.

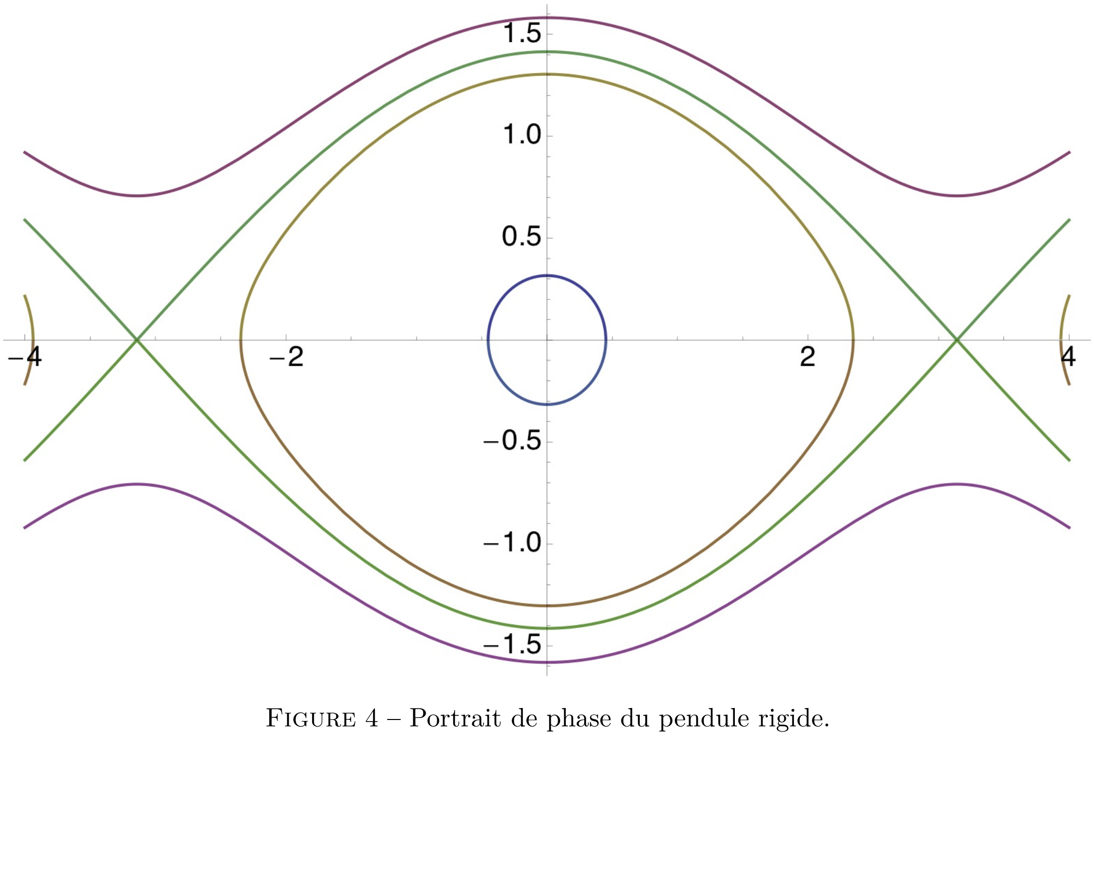

Figure 4 – Portrait de phase du pendule rigide.