

# INDUCTION 2

## LOIS DE L'INDUCTION

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Lois de l'induction</b>	<b>2</b>
1.1	Approche expérimentale . . . . .	2
1.2	Loi de Lenz . . . . .	2
1.3	Loi de Faraday . . . . .	2
1.3.1	Flux magnétique . . . . .	2
1.3.2	Loi de Faraday . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Inductance</b>	<b>3</b>
2.1	Auto-induction . . . . .	3
2.1.1	Origine qualitative . . . . .	3
2.1.2	Modèle de la bobine . . . . .	3
2.1.3	Définition . . . . .	4
2.2	Inductance mutuelle . . . . .	4
2.2.1	Première approche . . . . .	4
2.2.2	Inductance mutuelle entre deux circuits . . . . .	4
2.2.3	Bilan énergétique . . . . .	5
2.3	Transformateur . . . . .	6
2.3.1	Présentation . . . . .	6
2.3.2	Loi des tensions . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique</b>	<b>6</b>
3.1	Modèle d'alternateur . . . . .	6
3.2	Freinage par induction : approche expérimentale . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique : haut-parleur</b>	<b>7</b>
4.1	Mise en œuvre expérimentale . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Machine à courant continu</b>	<b>8</b>
5.1	Fonctionnement moteur . . . . .	8
5.2	Fonctionnement générateur . . . . .	9
5.3	Comparaison de différentes machines électromécaniques . . . . .	9

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un courant électrique engendrait un champ magnétique, et qu'en présence de champ magnétique et de courant électrique, il était possible de transformer de l'énergie électrique en énergie mécanique (grâce à la force de Laplace).

Ainsi, courant et champ magnétique sont fortement liés et nous allons maintenant essayer de voir si ces effets ne sont pas inversables, et donc voir comment obtenir un courant électrique grâce à un champ magnétique, puis comment il est possible de transformer une énergie mécanique en énergie électrique.

## 1 Lois de l'induction

### 1.1 Approche expérimentale

Si l'on place un aimant à proximité d'une bobine aux bornes de laquelle on branche un voltmètre, on n'aperçoit aucune tension de la bobine.

Si l'on déplace l'aimant dans la bobine, on remarque plusieurs choses :

- une tension apparaît aux bornes de la bobine ;
- le signe de la tension dépend de l'orientation de l'aimant ;
- l'amplitude de la tension observée dépend de la vitesse de déplacement (plus la vitesse est grande, plus la tension est grande) ;
- on observe la même tension si l'on garde l'aimant fixe et que la bobine est déplacée (avec une vitesse identique) ;
- si l'aimant est trop éloigné de la bobine, même en cas de mouvement rapide, il n'y a pas de tension observable.

On en conclut donc qu'il ne suffit pas d'un champ magnétique, mais qu'il faut une variation de celui-ci à travers le circuit.

### 1.2 Loi de Lenz

Comment interpréter le sens de la tension obtenue ?

La tension aux bornes de la bobine est due à un mouvement macroscopique des charges, donc il se crée un courant électrique. Ce courant va donc créer un champ magnétique, qui s'oppose alors au champ magnétique de l'aimant (la bobine va essayer de repousser l'aimant).

Ce résultat est plus général et constitue la loi de Lenz.

La loi de Lenz stipule que les phénomènes d'induction produisent des effets qui s'opposent aux causes qui les ont créés.

On note cet effet à l'œuvre dans l'expérience des tubes paresseux : un aimant qui chute à travers un conducteur métallique va créer des courants de Foucault dans le tube, eux même responsables d'un champ magnétique qui va s'opposer au champ de l'aimant et donc le ralentir. Si le tube est isolant (par exemple en plastique), l'aimant chute sans être freiné.

### 1.3 Loi de Faraday

La loi de Lenz est une loi qualitative, qui nous permet de prédire le signe de la force électromotrice induite (la tension dans le cas de la bobine), mais pas son intensité.

#### 1.3.1 Flux magnétique

Considérons un circuit électrique filiforme de surface  $S$  orienté selon un vecteur normal  $\vec{n}$ .

On définit le **flux du champ magnétique à travers la surface** comme l'intégrale sur la surface du produit scalaire  $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ .

Dans le cas d'un champ uniforme, on a :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = S \vec{B} \cdot \vec{n}.$$

## Notes

- Le flux du champ magnétique se mesure en  $T.m^2$ , aussi appelés weber Wb.
- Le flux du champ magnétique est une grandeur algébrique, son signe dépend de l'orientation choisie pour la surface
- pour un enroulement de  $N$  spires, le flux est le produit du flux du champ magnétique à travers une spire par le nombre de spires  $\Phi_{tot} = N\Phi_s$ .

### 1.3.2 Loi de Faraday

Pour un circuit électrique filiforme fermé, orienté arbitrairement, toute variation temporelle du flux magnétique à travers le circuit est responsable de l'apparition d'une **force électromotrice induite** notée  $e$  et exprimée en volt donnée par la loi de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt};$$

où  $e$  est compté positivement en cohérence avec le choix d'orientation du circuit.

On en déduit que le flux magnétique ne peut pas être discontinu.

Retour sur l'expérience de la bobine.

Principe de fonctionnement de la dynamo : un aimant en rotation crée une fem induite à la même fréquence que la fréquence de rotation.

*Il est donc possible de transférer de l'énergie mécanique (mouvement de l'aimant) en énergie électrique sans aucun contact. On va maintenant essayer de transférer de l'énergie électrique entre deux circuits sans aucun contact.*

Il y a deux possibilités pour faire varier le champ magnétique à travers un circuit :

- faire varier temporellement le champ magnétique ;
- faire bouger le circuit dans un champ stationnaire.

## Circuits fixes dans champ variable

## 2 Inductance

### 2.1 Auto-induction

#### 2.1.1 Origine qualitative

Considérons un circuit électrique filiforme, dans lequel le courant électrique varie (par exemple une bobine lors de la mise sous tension).

L'existence du courant variable entraîne l'existence d'un champ magnétique variable, donc le flux de ce champ magnétique à travers le circuit est aussi variable. La loi de Lenz nous dit donc que la variation du courant à travers la bobine va créer une force électromotrice à ses bornes.

#### 2.1.2 Modèle de la bobine

Pour un enroulement de  $N$  spires sur une longueur  $l$  parcouru par un courant  $i$ , le champ magnétique est dirigé le long de l'enroulement et son amplitude est  $B = \mu_0 \frac{N}{l} i$ .

Le flux à travers la bobine est donc  $\Phi = NBS$ , donc si la bobine est circulaire de rayon  $a$ , on trouve  $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{l} i$ .

La force électromotrice est donc  $e = -\frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{l} \frac{di}{dt}$ , et donc la tension aux bornes de la bobine, en convention **récepteur** est  $u = L \frac{di}{dt}$  avec :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 \pi a^2}{l}$$

l'**inductance propre** de la bobine.

On retrouve ainsi l'expression de la relation courant-tension de la bobine vue en électrocinétique.

### 2.1.3 Définition

#### Définition

Un circuit filiforme parcouru par un courant  $i$  crée à travers lui un flux de champ magnétique appelée flux propre proportionnel à  $i$  :  $\Phi_p = Li$ . On définit ainsi  $L$  l'inductance propre d'un circuit, aussi appelé coefficient d'auto-induction (ou encore self). Elle s'exprime en  $\text{Wb.A}^{-1}$  ou henry H, et est toujours positive.

Conséquence : tout circuit électrique a une inductance propre, mais la plupart du temps elle est négligeable (d'où l'intérêt d'éviter de faire des boucles avec des fils trop longs en TP...)

Comme pour une bobine, l'énergie magnétique stockée dans un circuit filiforme d'inductance propre  $L$  et parcouru par un courant  $i$  est  $E_{mag} = \frac{1}{2} Li^2$

## 2.2 Inductance mutuelle

### 2.2.1 Première approche

Considérons maintenant deux bobines de même axe et de même longueur  $l$ , la bobine 2 comportant  $N_2$  spires étant situé autour de la bobine 1 qui en contient  $N_1$ . La bobine 1 a une section  $S_1 < S_2$  la section de la seconde bobine.

On considère dans un premier temps que la première bobine est alimentée par un courant  $i_1$ . Ce courant crée donc un flux propre  $\Phi_1 = L_1 i_1$  à travers la première bobine. Le champ magnétique ainsi créé est donc  $B_1 = \frac{\Phi_1}{N_1 S_1}$  sur toute la section  $S_1$ , et nul en dehors de la première bobine.

Ainsi, le flux à travers la seconde bobine est  $\Phi_2 = N_2 B_1 S_1$  donc proportionnel à  $i_1$  et on peut donc écrire  $\Phi_2 = M_{12} i_1$ .

A l'inverse, si le courant est à travers la deuxième bobine, le courant  $i_2$  crée un champ uniforme de norme  $B_2 = \frac{\Phi_2}{N_2 S_2} = \frac{L_2 i_2}{N_2 S_2}$  à l'intérieur de la deuxième bobine. On obtient donc un flux à travers la première bobine  $\Phi_1 = N_1 B_2 S_1 = M_{21} i_2$

On peut alors calculer les deux valeurs de  $M_{12}$  et  $M_{21}$  en utilisant l'expression trouvée précédemment de l'inductance propre d'une bobine  $L = \frac{\mu_0 n^2 S}{l}$ .

On trouve alors  $M_{12} = L_1 \frac{N_2 S_1}{N_1 S_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{l}$  et  $M_{21} = \frac{L_2 N_1 S_1}{N_2 S_2} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S_1}{l} = M_{12}$

### 2.2.2 Inductance mutuelle entre deux circuits

Pour deux circuits électriques filiformes proches l'un de l'autre, parcourus respectivement par un courant  $i_1$  et  $i_2$ , chaque courant crée un champ magnétique qui lui est proportionnel. On note ainsi :

- $\Phi_{12}$  le flux magnétique créé par le circuit 1 à travers le circuit 2.  $\Phi_{12}$  est proportionnel à  $B_1$  et donc à  $i_1$ , d'où  $\Phi_{12} = M i_1$ .
- $\Phi_{21}$  le flux magnétique créé par le circuit 2 à travers le circuit 1.  $\Phi_{21}$  est proportionnel à  $B_2$  et donc à  $i_2$ , d'où  $\Phi_{21} = M i_2$ .

$M$  est le **coefficient d'induction mutuelle** entre les deux circuits et s'exprime aussi en henry.

Le coefficient d'inductance mutuelle est toujours le même entre deux circuits  $M_{12} = M_{21}$ . Son signe dépend des conventions choisies pour orienter les deux circuits, donc ce coefficient peut être positif ou négatif.

Si on éloigne les deux circuits l'un de l'autre, le champ créé par un circuit intercepté par l'autre circuit est plus faible, donc le coefficient d'inductance mutuelle diminue (en valeur absolue). Lorsque tout le champ créé par un circuit est intercepté par le deuxième circuit, on parle de couplage parfait. On peut réaliser un couplage parfait soit en superposant les bobines, soit en canalisant le champ magnétique grâce à un milieu magnétique : c'est le principe du transformateur que nous allons aborder maintenant.

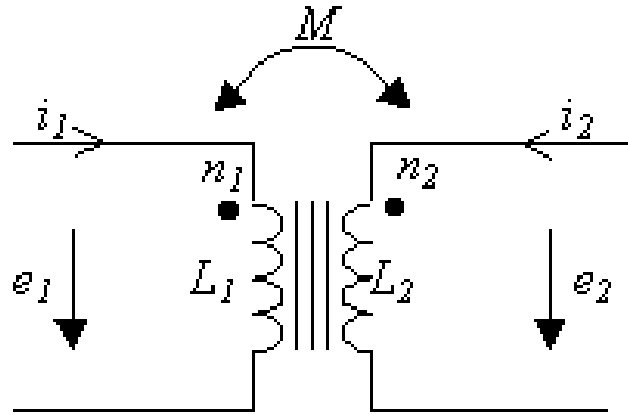


FIGURE 1 – Modèle électrique du couplage entre deux circuits.

### 2.2.3 Bilan énergétique

On s'intéresse au cas le plus simple où les deux circuits sont très simplifiés. Le premier circuit est composé seulement d'un générateur de tension sinusoïdale  $u(t) = u_1 \cos \omega t$  et d'une bobine d'inductance propre  $L_1$ . Le deuxième circuit est composé seulement d'une résistance  $R$  et d'une bobine d'inductance propre  $L_2$  et le coefficient d'induction mutuelle entre les deux circuits est  $M$ .

Les forces électromotrices sont données par  $e_i = -\frac{d\Phi_i}{dt}$ , et les flux sont eux donnés par  $\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$  et  $\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1$ . On obtient donc  $e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$  et  $e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$ .

On a de plus en appliquant la loi des mailles à chaque circuit  $e_1 = -u(t)$  et  $e_2(t) = R i_2$ . On obtient donc le système de deux équations couplées suivies par  $i_1$  et  $i_2$  :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} &= u(t) \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + R i_2 &= 0 \end{aligned}$$

Pour obtenir un bilan de puissance on multiplie chacune des équations par le courant circulant dans le circuit correspondant, puis on fait la somme. On obtient :

$$L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} + M \left( i_1 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{di_1}{dt} \right) + L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} + R i_2^2 = u(t) i_1(t).$$

En intégrant au cours d'une période on obtient :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \left[ \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + M i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 \right) + R i_2^2 \right] dt = \int_{t_0}^{t_0+T} u i_1 dt.$$

Or l'intégrale sur une période de la dérivée d'une fonction périodique est nulle, donc on obtient :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} R i_2^2 dt = \int_{t_0}^{t_0+T} u i_1 dt.$$

#### Interprétation

Toute l'énergie délivrée par le générateur a été dissipée par effet Joule dans la résistance, sans contact entre les deux circuits !

Cette résistance peut au choix modéliser le fond d'une casserole sur une plaque à induction, une batterie rechargeable de téléphone portable sur une base de recharge sans contact ou encore la charge située à l'aval d'un transformateur.

## 2.3 Transformateur

### 2.3.1 Présentation

Un transformateur est constitué de deux bobines en couplage optimal grâce à une carcasse magnétique qui canalise les lignes de champ magnétique. Comme nous allons le voir, ce dispositif permet de découpler deux circuits électriques (pratique pour résoudre des problèmes de masse), ou encore d'élever ou d'abaisser une tension sans perte de puissance.

On considérera ici deux bobines de même section, la première comportant  $N_1$  spires, la deuxième  $N_2$ . On appelle  $m = \frac{N_2}{N_1}$  le **rapport de transformation**.

### 2.3.2 Loi des tensions

Puisque les lignes de champ sont totalement canalisées par la carcasse magnétique, le flux à travers une spire du circuit primaire (la première bobine)  $\Phi_1$  est le même que celui à travers une spire du secondaire (la deuxième bobine)  $\Phi_2$ , on note donc  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$ . En faisant ceci, il faut faire attention à bien prendre des conventions compatibles pour les deux circuits.

Le flux traversant une spire de la première bobine est lié à la tension à ses bornes par la loi de Faraday :  $e_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ . Dans ce cas, la tension  $e_1$  est celle obtenue en convention générateur, donc en convention récepteur  $u_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt}$ .

De même, dans la seconde bobine, la tension en convention récepteur est liée au flux par la loi de Faraday par  $u_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$ , on trouve donc  $u_2 = \frac{N_2}{N_1} u_1 = m u_1$ .

Pour un transformateur **parfait** (pas de perte de champ magnétique donc couplage optimal, et pas de perte par courants de Foucault dans la carcasse magnétique grâce au feuilletage), la loi des tensions stipule que :

$$u_2 = \frac{N_2}{N_1} u_1.$$

Cette formule n'est valable que pour des tensions variables : en régime stationnaire, il n'y a pas de variation de flux donc  $u_2 = 0$ .

## Circuits mobiles dans champ stationnaire

On a déjà vu au chapitre précédent qu'une spire de courant libre de se déplacer dans un champ stationnaire constitue un exemple rudimentaire de moteur, puisqu'un couple résultant mettait la spire (donc le rotor) en rotation.

Nous allons maintenant nous intéresser à des applications "inverses" où le mouvement (donc de l'énergie mécanique) va être convertie en courant (donc énergie électrique) grâce à l'induction.

## 3 Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique

### 3.1 Modèle d'alternateur

On considère à nouveau la spire rectangulaire du chapitre précédent, tournant autour de l'axe  $z$  en présence d'un champ  $\vec{B} = B\vec{u}_x$ , et on appelle  $\theta$  l'angle entre la direction  $\vec{u}_x$  et la direction de la spire.

On suppose en outre qu'un moteur exerce une couple autour de l'axe  $z$  sur la spire noté  $\Gamma_m$ .

Comme calculé au chapitre précédent, le couple autour de l'axe  $z$  exercé par les forces de Laplace sur la spire est  $\Gamma_L = ilbB \cos(\theta)$

On peut donc appliquer le théorème du moment cinétique à la spire de moment d'inertie  $J$  autour de l'axe  $z$  :

$$J\ddot{\theta} = \Gamma_m + \Gamma_L.$$

La puissance mécanique due aux forces de Laplace est donc  $P_m = \Gamma_L \dot{\theta} = ilbB \dot{\theta} \cos(\theta)$ .

Passons maintenant à l'étude électrique. Le flux intercepté par la spire est  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = Blb \sin(\theta)$ .

Lors du mouvement,  $\theta$  change donc le flux aussi, il apparaît aux bornes de la spire une force électromotrice  $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Blb \dot{\theta} \cos(\theta)$ . La puissance électrique de la force électromotrice est donc  $P_e = ei = -ilbB \dot{\theta} \cos(\theta)$ .

On a donc à tout instant  $P_e + P_m = 0$  : en régime établi il y a conversion parfaite de l'énergie mécanique provenant du moteur (puisque que  $\Gamma_m = -\Gamma_L$ ) en énergie électrique disponible aux bornes de la spire.

En pratique, ce rendement est toutefois toujours inférieur à 1 à cause des couples dus aux frottements (dissipation mécanique) et à la résistance non nulle de la spire (effet Joule).

On a ainsi obtenu un modèle d'alternateur puisqu'on convertit de l'énergie mécanique en énergie électrique, en obtenant aux bornes de la spire une tension sinusoïdale à la même fréquence que la vitesse de rotation du rotor.

### 3.2 Freinage par induction : approche expérimentale

Si l'on fait osciller grâce à une ressort un aimant dans une bobine non alimentée, on observe un grand nombre d'oscillations.

Lorsque la bobine est alimentée, il se crée un champ magnétique dans lequel se déplace l'aimant. L'aimant étant un conducteur électrique, des courants apparaissent alors au cœur de l'aimant à cause de la force électromotrice créée, on parle de courants de Foucault.

Ces courants dissipent alors l'énergie mécanique par effet Joule : l'aimant est ralenti (conformément à la loi de Lenz), et on observe un nombre beaucoup plus réduit d'oscillations.

Si on arrive à récupérer ces courants, on pourrait recharger une batterie, c'est le principe du kers des formules 1 ou du freinage par induction des poids lourds (ce qui permet de recharger la batterie du poids lourd, et de limiter l'usure des plaquettes de frein).

C'est aussi ce phénomène qui est à l'origine de l'expérience des tubes paresseux vus pour mettre en évidence la loi de Lenz.

## 4 Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique : haut-parleur

En première approximation, un haut-parleur est constitué d'une bobine cylindrique située sur un axe  $z$ , orienté conformément à l'enroulement de la bobine. Cette bobine est située dans un aimant de forme particulière, avec le pôle nord au centre de la bobine, et le pôle sud à l'extérieur. Le tout est à symétrie cylindrique, on utilisera donc les coordonnées cylindriques, et dans ce système de coordonnées, le champ magnétique de l'aimant est stationnaire et vaut  $\vec{B} = B\vec{u}_r$ .

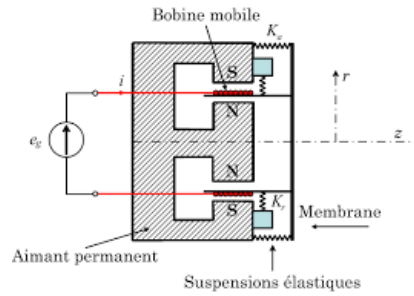


FIGURE 2 – Modèle de haut-parleur.

La bobine est parcourue par un courant  $i(t)$ , imposé par l'amplificateur délivrant une tension  $u(t)$ , donc la force de Laplace qui s'exerce sur un élément infinitésimal de bobine est  $d\vec{F} = id\vec{l} \wedge \vec{B} = idlB\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_r = -idlB\vec{u}_z$ .

En intégrant sur toute la bobine, on trouve une force de Laplace  $\vec{F}_L = -ilB\vec{u}_z$ .

Cette bobine est reliée à l'enceinte par un ressort de constante de raideur  $k$ , on prendra donc comme origine des  $z$  l'endroit où est la bobine en l'absence de courant et de mouvement. Une membrane fixée à la bobine met en mouvement l'air (ce qui permet la propagation du son). Les forces de frottement de l'air sur la membrane créent une force modélisée par  $\vec{F}_a = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{z}\vec{u}_z$ .

En appliquant dans le référentiel terrestre (galiléen) le PFD au système bobine+membrane et en le projetant sur l'axe  $z$  on obtient l'équation mécanique :

$$m\ddot{z} = -kz - \alpha\dot{z} - ilB.$$

L'intensité du courant  $i(t)$  est relié à la tension  $u(t)$  grâce à la loi des mailles par l'équation électrique :

$$u(t) = L\frac{di}{dt} - e(t),$$

où  $e(t)$  est la force électromotrice créée par le déplacement de la bobine.

On retrouve une fois de plus des équations qui couplent les deux inconnues  $i$  et  $v = \dot{z}$  (logique pour un couplage électromécanique).

La première étape est de déterminer  $e$ , et pour ceci, on utilise le caractère parfait de la conversion électromécanique :  $P_e + P_L = 0$ .

Or ici  $P_e = ei$  et  $P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = -ilB\dot{z}$ . On en déduit donc  $e = lB\dot{z}$ .

Le système de deux équations devient donc :

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= -kz - \alpha\dot{z} - ilB \\ u &= L\frac{di}{dt} - lB\dot{z} \end{aligned}$$

Pour effectuer le bilan de puissance, il faut multiplier l'équation mécanique par  $v$  et l'équation électrique par  $i$ . En sommant les deux équations et en regroupant correctement les termes on obtient :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kz^2 + \frac{1}{2}Li^2 \right] + ilBv - ilBv - ui + \alpha v^2 = 0.$$

En intégrant sur une période, le terme en  $\frac{d}{dt}$  s'annule puisqu'il est l'intégrale de la dérivée d'une fonction périodique, on a alors en régime périodique :

$$\int_{t_0}^{t_0+T} u i dt = \int_{t_0}^{t_0+T} \alpha v^2 dt.$$

Toute l'énergie électrique délivrée à la bobine a été convertie en énergie acoustique !

Encore une fois, ce calcul a oublié de prendre en compte les pertes par effet Joule dans la bobine, et par frottements lors du mouvement de la bobine.

## 4.1 Mise en œuvre expérimentale

En plaçant un aimant dans une bobine alimentée par une tension variable (provenant de la sortie jack d'un lecteur audio, amplifiée), on réalise un haut-parleur très sommaire (à la différence que c'est l'aimant qui bouge et la bobine qui est immobile, mais l'étude est équivalente à celle que l'on vient de faire en changeant de référentiel...).

Il est ensuite intéressant d'observer comment améliorer la qualité du son entendu, mais on quitte alors le domaine de l'induction pour entrer dans celui de l'acoustique, qui est (encore) hors de notre portée.

## 5 Machine à courant continu

Nous allons prendre comme modèle de machine à courant continu la machine à entrefer plan représentée à la figure 3.

Le rotor cylindrique comporte un grand nombre de spires de courants composé de bras radiaux écartés de  $90^\circ$ .

Le stator est composé de 4 (ou 8) cadrans, chacun ayant un champ magnétique stationnaire selon l'axe de rotation du rotor (axe  $z$ ), et les champs de chaque cadran sont alternés  $\vec{B} = \pm B\vec{u}_z$ .

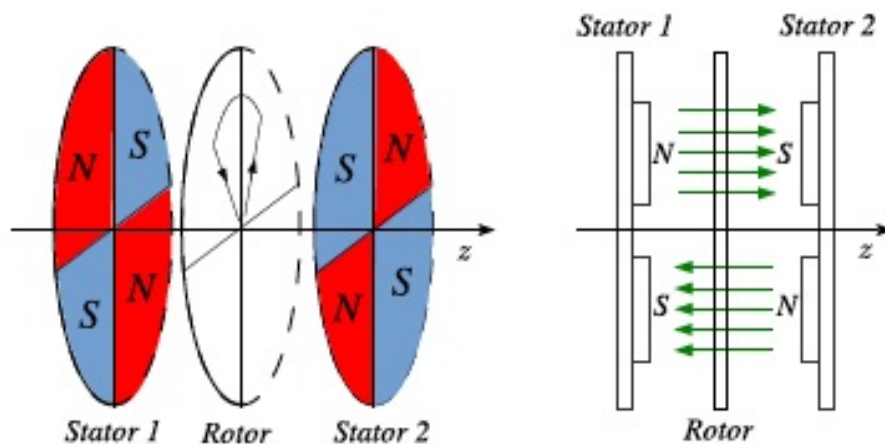


FIGURE 3 – Machine à courant continu à entrefer plan en vue éclatée et en vue en coupe.

### 5.1 Fonctionnement moteur

Étudions alors le couple exercé par les forces de Laplace sur une spire  $A_1A_2A_3A_4$  comme représentée ci-dessous lorsque qu'un courant  $i$  la traverse.



Sur la portion de fil rectiligne  $A_1A_2$  le courant est selon  $+\vec{u}_r$  et le champ magnétique selon  $+\vec{u}_z$ , donc la force de Laplace est dirigée selon  $+\vec{u}_\theta$  d'après la règle de la main droite et  $\vec{F}_{A_1A_2} = irB\vec{u}_\theta$ .

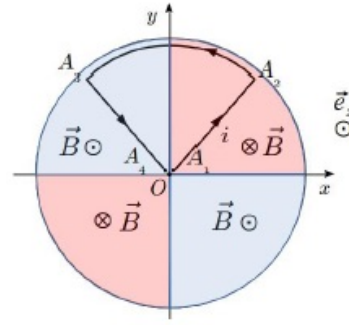
Le moment autour de l'axe que cette force exerce sur la spire est donc  $M_{A_1A_2} = \frac{ir^2B}{2}$ .

La force de Laplace exercée sur la portion de fil  $A_2A_3$  est dirigée selon  $\vec{u}_r$ , donc son moment est nul.

Enfin, sur la portion  $A_3A_4$ , on fait le même calcul qu'entre  $A_1$  et  $A_2$  puisque  $i$  est selon  $-\vec{u}_r$  et  $B$  selon  $-\vec{u}_z$ .

On trouve donc le moment total autour de l'axe  $z$  des forces de Laplace exercées sur la spire  $M = ir^2B$ .

Ainsi, même lorsque la machine est alimentée par un courant continu, elle tournera (contrairement à la machine synchrone). Le moment exercé sur le rotor est proportionnel au courant  $i$  qui alimente la spire (pilotage de la machine plus aisé).



## 5.2 Fonctionnement générateur

Imaginons maintenant que le rotor soit maintenu en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$ .

Alors la puissance de forces de Laplace exercées sur la spire est  $P_L = ir^2B\omega$ . En régime établi, le flux intercepté par la spire dépend de la position angulaire, il va donc changer, et on va observer une fem induite aux bornes de la spire  $A_1$  et  $A_4$ .

La puissance électrique disponible est donc  $P_e = ei$  et l'équation de couplage électromécanique  $P_e + P_L = 0$  donne donc la tension  $e = -r^2B\omega$  : la tension est continue en régime établi ( $\omega = cte$ ) et est proportionnelle à la vitesse.

On peut donc utiliser la machine selon deux modes :

- en mode moteur,  $P_e < 0$  et  $P_L > 0$  : la spire reçoit de l'énergie électrique qu'elle convertit en énergie mécanique ;
- en mode générateur,  $P_e > 0$  et  $P_L < 0$  : la spire convertit l'énergie mécanique en énergie électrique

## 5.3 Comparaison de différentes machines électromécaniques

Il y a 3 grandes familles de convertisseurs électromécaniques :

- les machines à courant continu, qui nécessitent une tension continue pour fonctionner en moteur, et délivre une tension continue en mode générateur ;
- les machines synchrones pour lesquelles il y a égalité entre fréquence de rotation du rotor et fréquence de la tension récupérée (c'est le cas que l'on a vu de la mise en rotation par une champ tournant) ;
- les machines asynchrones où la fréquence de rotation du rotor est différente de celle du courant.

Selon les applications souhaitées, on privilégiera une machine ou une autre :

- les mcs à entrefer plan sont très peu encombrantes et on peut les alimenter avec une batterie d'accumulateur, elles ont un intérêt certains dans toutes les applications portables, mais il en existe aussi des très puissantes comme celles utilisées dans certains trains. L'inconvénient principal vient de la nécessité d'alterner le sens du courant, donc du système collecteur-balais (usure des balais par frottement ou arcs électriques) ;
- les machines synchrones ont le très grand intérêt d'utiliser (ou de créer) une tension sinusoïdale comme celle du réseau, mais le grand inconvénient est que la vitesse de rotation est imposée. En outre, il est nécessaire d'aider au démarrage, et le rotor peut "décrocher" si le couple demandé est trop grand.
- les machines asynchrones sont très robustes, et d'un prix de revient très accessibles, ce sont celles qui sont privilégiées dans les applications industrielles (alimentation des TGV, de certains métros, etc). L'inconvénient est la nécessité d'utiliser des composants électriques afin d'assurer le pilotage du moteur.