

# PHYSIQUE 3

## PROPAGATION D'UN SIGNAL

### Expériences

- ☞ GBF + oscillo
- ☞ propagation du son
- ☞ interférences d'ondes US
- ☞ interférences d'ondes de surface

### Table des matières

<b>1</b>	<b>Signaux physiques et spectres</b>	<b>2</b>
1.1	Signal physique . . . . .	2
1.2	Période et fréquence . . . . .	2
1.3	Spectre . . . . .	2
1.3.1	Signal sinusoïdal . . . . .	2
1.3.2	Série de Fourier et spectre . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Onde progressive</b>	<b>3</b>
2.1	Observation expérimentale . . . . .	3
2.2	Vitesse de propagation ou célérité . . . . .	4
2.3	Expressions de l'onde progressive . . . . .	4
2.3.1	Première expression . . . . .	4
2.3.2	Deuxième expression . . . . .	5
2.3.3	Equivalence des deux expressions . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Onde progressive sinusoïdale</b>	<b>6</b>
3.1	Onde sinusoïdale . . . . .	6
3.2	Onde progressive sinusoïdale . . . . .	6
3.3	Périodicité temporelle . . . . .	7
3.4	Périodicité spatiale . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Interférences</b>	<b>7</b>
4.1	Approche expérimentale . . . . .	7
4.2	Description théorique . . . . .	8
4.3	Modèle de la source ponctuelle monochromatique . . . . .	10

# 1 Signaux physiques et spectres

## 1.1 Signal physique

### Définition

On appelle *signal physique* une grandeur physique dépendant du temps.

Exemples de signaux physiques (demander, expliciter grandeur).

En particulier cette année :

- son : surpression, besoin d'un milieu matériel
- signal électrique dans un conducteur : tension ou courant
- lumière : champ électromagnétique, pas besoin de milieu matériel

## 1.2 Période et fréquence

On verra cette année qu'il est possible de décomposer tout signal en somme de signaux périodiques, on va donc se concentrer sur eux. Un signal périodique est un signal qui se répète identique à lui-même. La période  $T$  est la durée (donc s'exprime en s) du motif élémentaire. On définit aussi la fréquence, notée le plus souvent  $f$  ou  $\nu$ . On a  $f = 1/T$ , donc la fréquence s'exprime en  $s^{-1}$ , on appelle cette unité de fréquence, le hertz, Hz.

### Ordres de grandeurs

- acoustique : audible de 20 Hz à 20 kHz avant infrasons, après ultrasons. En pratique on peut se restreindre à 30 Hz à 3 kHz sans trop perdre en qualité du son.
- ondes EM : radio FM 100 MHz ; téléphone, wifi, micro-ondes GHz ; lumière visible 500 THz
- électricité : EDF 50 Hz ; TP de 10 Hz à 1 MHz (typique kHz) possible d'aller jusqu'au GHz en électronique

## 1.3 Spectre

### 1.3.1 Signal sinusoïdal

Le signal périodique le plus simple est le signal sinusoïdal. On va voir qu'il est la "brique élémentaire" qui permet de construire tous les signaux. Un signal sinusoïdal peut s'exprimer de plusieurs manières, mais nous retiendrons la forme :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

### Définitions

Avec cette expression du signal sinusoïdal on définit :

- $A$  l'*amplitude* du signal. Même unité que le signal (exemple  $A$  en V si on regarde une tension sinusoïdale)
- $\omega$  la *pulsation* du signal. S'exprime en  $rad.s^{-1}$ . On a la relation entre la pulsation et la fréquence :  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ .
- $\phi$  la *phase*. S'exprime en rad. Dépend de l'origine des temps (choix de  $t = 0$ ).

### Modélisation de signaux sinusoïdaux

Si on considère deux signaux de même pulsation  $\omega$ , en fixant l'origine des temps de telle sorte que  $\phi_1 = 0$ , on a :

$$s_1(t) = A_1 \cos \omega t \quad ; \quad s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

On appelle la différence entre la phase du deuxième signal  $\phi_2$  le déphasage du deuxième signal par rapport au premier. Si  $\phi_2 > 0$  (respectivement  $\phi_2 < 0$ ) on dit que le deuxième signal est en avance (resp. retard) par rapport au premier. Si  $\tau$  est le décalage temporel entre les deux signaux, on a  $\phi_2 = 2\pi \frac{\tau}{T}$ .

Exercice : dessiner deux signaux déphasés de  $\pi/2$  et de  $\pi$ , et préciser lequel est en avance et lequel est en retard.

**Somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence**

## 1.3.2 Série de Fourier et spectre

Un théorème de mathématiques démontre qu'il est possible de décomposer tout signal périodique  $s(t)$  de fréquence  $f_0$  sous la forme d'une somme de signaux sinusoïdaux :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n \in \mathbb{N}} a_n \cos(2\pi n f_0 t + \phi_n)$$

Dans cette expression :

- $a_0$  est la moyenne du signal  $s(t)$
- $f_0$  est la fréquence *fondamentale* du signal. Elle contribue au signal avec l'amplitude  $a_0$
- les  $f_n = n f_0$  sont les *harmoniques* du signal. Chacune contribue avec l'amplitude  $a_n$

La décomposition en série de Fourier permet de donner la contribution de chaque fréquence au signal.

Le résultat mathématique est même valable pour tout signal, même non périodique, à l'exception que dans ce cas, toutes les fréquences contribuent, il n'y a plus de fondamental et d'harmoniques.

### Définition

On appelle **spectre** d'un signal la donnée de la contribution de chaque fréquence à ce signal.

Exemple : spectre d'un signal sinusoïdal  $s(t) = A \cos(2\pi f t + \phi)$ . Spectre de  $s(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$  (représenter le signal).

L'intérêt de la décomposition en signaux sinusoïdaux est que si jamais on arrive à faire les calculs pour un signal sinusoïdal de fréquence quelconque, et que le problème est linéaire, alors il suffit de faire la somme des résultats pour obtenir le résultat du calcul sur le signal de départ.

Exemples de spectre :

- triangulaire et carré [ici](#)
- musique : même note jouée par deux instrument = même fondamentale mais spectres différents, richesse des notes, timbre
- si on peut choisir d'écouter une seule fréquence (filtrage), possibilité de communiquer sur plusieurs canaux à la fois : radio AM

*Jusqu'ici, l'étude s'est restreinte à ce qui se passe en un seul endroit en fonction du temps. Si je jette un caillou dans l'eau et regarde la surface en un seul point, on verra effectivement qu'elle monte ou descend. Toutefois, si on regarde en plusieurs points à la fois, on voit que la vague créée par le caillou se propage : on voit des ronds dans l'eau qui s'agrandissent au fur et à mesure que l'on attend. C'est le phénomène de propagation d'une onde que l'on va étudier plus en détail dans la prochaine section.*

## 2 Onde progressive

On va parler maintenant du phénomène d'onde, et en particulier des ondes progressives.

### Définition

Une **onde** est un phénomène physique dans lequel une perturbation locale se déplace dans l'espace sans déplacement global de matière. Toute grandeur physique nulle à l'état de repos et qui apparaît avec la perturbation est le **signal physique** transporté par l'onde.

Exemple : lumière, son, vague à la surface de l'eau, ondes transverses et longitudinales pour un ressort, ondes gravitationnelles,...

### 2.1 Observation expérimentale



## Propagation du son



⊖ 5 minutes

Le but de l'expérience est de montrer que le son se propage et de donner une estimation de la célérité du son dans l'air

- on prend deux micros séparés de la distance  $d$ , reliés à un oscillo
- l'oscillo déclenche l'acquisition sur le premier micro.
- on fait l'acquisition avec un son bref (claquement de doigt), et on mesure le retard (durée entre les deux maxima).
- on répète l'expérience avec une distance deux fois supérieure, le retard est deux fois supérieur.

## 2.2 Vitesse de propagation ou célérité

On vient de voir qu'une caractéristique des ondes progressives est leur vitesse de propagation aussi appelée célérité et traditionnellement notée  $c$ . Pour modéliser cette propagation, on va se contenter d'un modèle le plus simple possible, *l'onde progressive à une dimension*, sans atténuation ni déformation. On va donc prendre comme axe des  $x$  l'axe de propagation du signal (on étudiera les deux cas où l'onde se propage dans le sens positif et dans le sens négatif), et on caractérisera l'onde par une fonction de deux variables  $s(x, t)$  puisqu'elle dépend à la fois de l'espace et du temps. Cette fonction représente la valeur du signal physique à la position  $x$  à l'instant  $t$ .

## 2.3 Expressions de l'onde progressive

### 2.3.1 Première expression

On considère une onde progressive à une dimension, se propageant à la vitesse  $c$  sans atténuation ni déformation dans le sens des  $x$  croissants.

Si on se reporte à l'expérience avec la propagation du son, on s'aperçoit que la forme du signal détecté par chaque micro est la même. Ainsi, si on trace sur deux courbes l'amplitude du signal en fonction du temps (c'est ce que fait l'oscilloscope), on obtient deux graphes qui ressemblent à ceux de la figure 1.

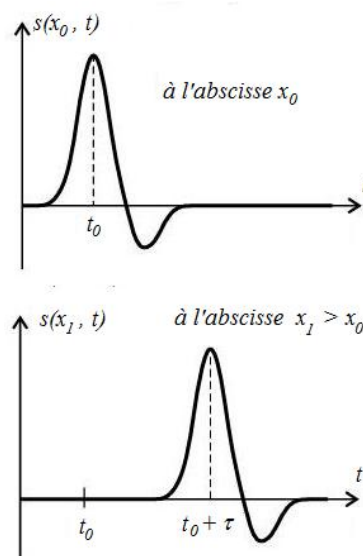


FIGURE 1 – Représentation schématique du signal détecté en deux endroits différents.

On s'aperçoit que dans ce cas, le signal détecté au deuxième micro d'abscisse  $x_1$  est exactement le même que celui détecté au premier micro d'abscisse  $x_0$ , avec un retard  $\tau = \frac{x_1 - x_0}{c}$ . On a donc  $s(x_1, t) = s(x_0, t - \tau)$ , et en particulier si on prend  $x_0 = 0$ , on a pour tous les points  $x_1 = x$  :

$$s(x, t) = s(0, t - x/c) = f(t - x/c)$$

Une onde progressive se propageant à la vitesse  $c$  dans le sens des  $x$  croissant sans atténuation ni déformation peut se mettre sous la forma mathématique :

$$s(x, t) = f(t - x/c)$$

où  $f$  est une fonction quelconque dont l'argument est homogène à un temps.

**Remarque**

Cette expression est aussi valable pour des valeurs de  $x < 0$ , on trouve en effet que le signal détecté en  $x$  est le même que celui détecté en 0, avec une *avance* de  $\tau = |x|/c$ .

On trouve de la même manière la formule pour une onde se propageant dans le sens des  $x$  décroissant : on transforme les avances en retard et vice-versa, donc  $\tau = x/c$  devient  $\tau = -x/c$ , ce qui est équivalent à changer l'orientation de l'axe des  $x$  en prenant  $x' = -x$  et change donc le signe devant les  $x$  dans le résultat.

Une onde progressive se propageant à la vitesse  $c$  dans le sens des  $x$  décroissant sans atténuation ni déformation peut se mettre sous la forma mathématique :

$$s(x, t) = g(t + x/c)$$

où  $f$  est une fonction quelconque dont l'argument est homogène à un temps.

### 2.3.2 Deuxième expression

Prenons maintenant l'exemple d'un autre type d'onde se propageant, par exemple la déformation sur une corde. Si on prend deux photos aux instants  $t_0$  et  $t_1 > t_0$  de la corde depuis le même endroit, on observera une figure du type de celle représentée dans la figure 2.

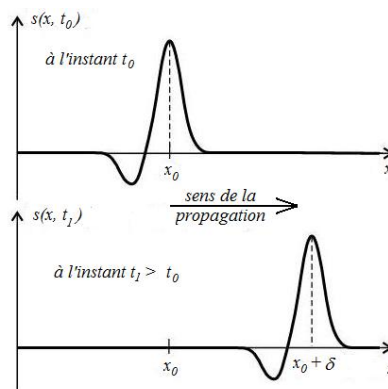


FIGURE 2 – Représentation schématique du signal détecté au même endroit en deux instants différents.

On s'aperçoit ainsi que la deuxième courbe est identique à la première translatée d'une distance  $d = c(t_1 - t_0)$ . On a donc  $s(x, t_1) = s(x - d, t_0)$ , et en particulier, avec  $t_0 = 0$ , pour tous les instants  $t_1 = t$  on obtient :

$$s(x, t) = s(x - ct, 0) = F(x - ct)$$

Une onde progressive se propageant à la vitesse  $c$  dans le sens des  $x$  croissant sans atténuation ni déformation peut se mettre sous la forma mathématique :

$$s(x, t) = F(x - ct)$$

où  $F$  est une fonction quelconque dont l'argument est homogène à une longueur.

On trouve de la même manière la formule pour une onde se propageant dans le sens des  $x$  décroissant : il suffit de considérer que l'on "remonte le temps", et donc de changer  $t$  en  $-t$  dans le résultat.

Une onde progressive se propageant à la vitesse  $c$  dans le sens des  $x$  décroissant sans atténuation ni déformation peut se mettre sous la forma mathématique :

$$s(x, t) = G(x + ct)$$

où  $G$  est une fonction quelconque dont l'argument est homogène à une longueur.

### 2.3.3 Equivalence des deux expressions

Supposons que l'on vous donne une onde progressive à une dimension exprimée selon la première formule  $s(x, t) = f(t - x/c)$ , et que vous vouliez trouver la fonction  $F$  pour pouvoir l'exprimer sous la forme  $F(x - ct)$ . Il suffit de prendre  $t = 0$  et on a alors  $s(x, t = 0) = F(x) = f(-x/c)$ . Il faut donc poser :

$$F(x) = f(-x/c)$$

A l'inverse, si l'on vous donne une onde progressive à une dimension exprimée selon la seconde formule  $s(x, t) = F(x - ct)$ , et que vous vouliez trouver la fonction  $f$  pour pouvoir l'exprimer sous la forme  $f(t - x/c)$ , il suffit de prendre  $x = 0$  et on a alors  $s(x = 0, t) = f(t) = F(-ct)$ . Il faut donc poser :

$$f(t) = F(-ct)$$

Exercice : trouver les formules pour une onde se propageant dans le sens des  $x$  décroissant. Solution :

$$G(x) = g(x/c) \quad \text{ou} \quad g(t) = G(ct)$$

Exercice : Exemple de la mesure de la distance Terre-Lune/échographie/sonar. On envoie depuis  $x = 0$  une impulsion qui se propage à la célérité  $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ , on donne la forme de  $s(x = 0m, t)$ . Tracer  $s(x = 4500m, t)$  puis tracer  $s(x, t = 9s)$ .

## 3 Onde progressive sinusoïdale

On s'intéresse ici à une onde progressive à une dimension, se propageant dans le sens des  $x$  croissant, sans déformation ni atténuation. On va de plus supposer que cette onde possède une forme particulière : elle sera sinusoïdale.

### 3.1 Onde sinusoïdale

#### Définition

On appelle **onde sinusoïdale** (aussi appelée onde harmonique) toute onde dont le signal en un point donné est une fonction sinusoïdale du temps, avec une pulsation  $\omega$  qui ne dépend pas du point choisi.

En appliquant la définition, l'expression mathématique d'une onde sinusoïdale est :

$$s(x, t) = A(x) \cos(\omega t + \phi(x))$$

où l'on a noté  $A(x)$  (respectivement  $\phi(x)$ ) l'amplitude (resp. la phase initiale) de l'onde au point  $x$ .

### 3.2 Onde progressive sinusoïdale

Comme son nom l'indique, une onde progressive sinusoïdale est une onde qui est à la fois progressive et sinusoïdale. On peut donc écrire :

- progressive :  $s(x, t) = f(t - x/c)$
- sinusoïdale :  $s(x, t) = A(x) \cos(\omega t + \phi(x))$

En particulier, en notant  $A_0 = A(0)$  et  $\phi_0 = \phi(0)$ , si on regarde le signal à l'origine  $x = 0$ , on obtient  $s(0, t) = f(t) = A_0 \cos(\omega t + \phi_0)$ . On obtient donc pour toute onde progressive sinusoïdale la formule :

$$s(x, t) = A_0 \cos(\omega(t - x/c) + \phi_0)$$

On retiendra pour la forme d'une onde progressive sinusoïdale, à la pulsation  $\omega$  et la célérité  $c$  l'expression équivalente :

$$s(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx + \phi_0) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

On définit dans cette situation :

- l'amplitude à l'origine  $A_0$
- la phase à l'origine  $\phi_0$
- le **vecteur d'onde**  $k$ . Le vecteur d'onde s'exprime en  $\text{m}^{-1}$ .

### 3.3 Périodicité temporelle

Si on se place à un endroit fixé  $x = x_1$ , on a :

$$s(x_1, t) = A_0 \cos(\omega t - kx_1 + \phi_0) = A_0 \cos(\omega t - \phi_1)$$

si on pose  $\phi_1 = \phi_0 - kx_1$ . On a donc *périodicité temporelle* de l'onde en un point fixé, avec la pulsation  $\omega$ , et la période  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

### 3.4 Périodicité spatiale

Si on regarde l'onde progressive sinusoïdale en un instant fixé  $t = t_2$ , on a :

$$s(x, t_2) = A_0 \cos(\omega t_2 - kx + \phi_0) = A_0 \cos(kx - \phi_2)$$

si on pose  $\phi_2 = -\phi_0 - \omega t_2$ . On a donc *périodicité spatiale* de l'onde, avec la pulsation spatiale  $k$ , et donc la période spatiale, appelée **longueur d'onde**  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ .

On parle ainsi de *double périodicité spatio-temporelle* des ondes progressives sinusoïdales, et le lien entre les deux périodes est donnée par la relation :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{\omega}{c}} = c \times \frac{2\pi}{\omega} = c \times T$$

Discussion sur l'homogénéité.

Une onde progressive sinusoïdale se propageant à la vitesse  $c$  dans le sens des  $x$  croissant sans atténuation ni déformation peut se mettre sous la forma mathématique :

$$s(x, t) = A_0 \cos \left( 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \phi_0 \right)$$

où  $T$  est la période temporelle et  $\lambda$  la longueur d'onde. Les deux périodes spatiales et temporelles vérifient la relation :

$$\lambda = cT$$

On peut retrouver le lien entre les périodes spatiale et temporelle avec le raisonnement suivant :

- on considère l'onde en un instant  $t_0$
- à l'instant  $t_1 > t_0$ , l'onde est identique à celle en  $t_0$ , décalé de la distance  $\delta = c(t_1 - t_0)$
- si on prend  $t_1 = t_0 + T$ , l'onde a exactement les mêmes valeurs, on doit donc retrouver les maxima aux mêmes points
- la distance entre deux maxima est la longueur d'onde, on a donc  $\lambda = c(t_0 + T - t_0) = cT$

↓ Nous venons d'étudier en détail le modèle de l'onde progressive sinusoïdale, nous allons maintenant voir ce qu'il se passe lorsque l'on somme deux de ces ondes qui ont la même fréquence : le phénomène d'interférences.

## 4 Interférences

### 4.1 Approche expérimentale



#### Interférence d'ondes sonores



⊖ 10 minutes

Le but de l'expérience est de montrer qu'en ajoutant deux sons, on peut aboutir à un son moins fort.

- on prend deux émetteurs d'ultrasons séparés de la distance  $d = 9$  cm, reliés à un générateur à 44 kHz
- on place un récepteur à la distance de 50 cm, et on regarde le signal capté à l'oscillo

- on déplace le récepteur perpendiculairement à l'axe des deux haut parleurs
- on observe une alternance entre des endroits où l'onde détectée est forte et d'autres où elle est très faible

C'est le principe de fonctionnement des réductions actives de bruits.



### Interférence d'ondes mécaniques

⌚ 10 minutes

Le but de l'expérience est de montrer qu'en ajoutant deux vagues, on peut aboutir à des vagues moins fortes.

- dans une cuve à ondes, on place deux vibreurs à la même fréquence
- on observe une alternance de zones claires ou nettes : maxima ou minima de l'amplitude de l'onde en chaque zone

On peut modéliser numériquement cette somme de deux ondes pour se rendre compte que la somme de deux ondes sinusoïdales est une onde sinusoïdale dont l'amplitude n'est pas nécessairement la somme des amplitudes : c'est le phénomène d'**interférences**.

Somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence

## 4.2 Description théorique

Considérons la somme de deux ondes sinusoïdales de même fréquence  $f = \frac{\omega}{2\pi}$  lorsqu'elles arrivent au même point :

$$s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) \quad \text{et} \quad s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

En utilisant la formule de trigonométrie  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ , on exprime le signal résultant  $s(t)$  qui est la somme de ces deux ondes :

$$\begin{aligned} s(t) &= s_1(t) + s_2(t) \\ &= A_1 \cos(\omega t + \phi_1) + A_2 \cos(\omega t + \phi_2) \\ &= (A_1 \cos \phi_1 \cos(\omega t) - A_1 \sin \phi_1 \sin \omega t) + (A_2 \cos \phi_2 \cos(\omega t) - A_2 \sin \phi_2 \sin \omega t) \\ &= (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2) \cos(\omega t) - (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2) \sin(\omega t) \end{aligned}$$

On trouve donc bien un signal résultant sinusoïdal à la même fréquence  $f$ , avec une amplitude résultante :

$$A = \sqrt{(A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2)^2 + (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2)^2} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$$

On retrouve ainsi le fait que l'amplitude de la somme n'est pas la somme des amplitudes  $A \neq A_1 + A_2$ , et on distingue en particulier les 2 cas extrêmes :

- les deux ondes sont en phase  $\phi_1 = \phi_2$  : on a alors  $A = A_1 + A_2$ , le maximum d'amplitude possible. On parle d'interférences **constructives**.
- les deux ondes sont en opposition de phase  $\phi_1 = \phi_2 + \pi$  : on a alors  $A = |A_1 - A_2|$ , le minimum d'amplitude possible. En particulier si  $A_1 = A_2$ ,  $A = 0$ . On parle dans ce cas d'interférences **destructives**.

On vérifie ces résultats avec la simulation [ici](#).

Le signal résultant de la somme de deux signaux sinusoïdaux de même fréquence, d'amplitudes  $A_1$  et  $A_2$  et de phases initiales  $\phi_1$  et  $\phi_2$  est un signal sinusoïdal de même fréquence et d'amplitude donnée par la formule des interférences :

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)}$$

L'amplitude varie entre l'amplitude maximale  $A_{max} = A_1 + A_2$  dans le cas où les deux ondes sont en phase ( $\phi_1 = \phi_2$ , interférences constructives) et l'amplitude minimale  $A_{min} = |A_1 - A_2|$  dans le cas où les deux ondes sont en opposition de phase ( $\phi_1 = \phi_2 + \pi$ , interférences destructives).

Retour sur les expériences initiales : Supposons que le premier (respectivement le deuxième) émetteur d'ultrasons soit placé en  $O_1$  (resp.  $O_2$ ) et qu'il émet une onde  $s_1(O_1, t) = A \cos(\omega t)$  (resp.  $s_2(O_2, t) = A \cos(\omega t)$ ). L'onde captée au récepteur placé en M est obtenue pour chaque émetteur avec la formule des ondes progressives :



$$s_1(M, t) = A \cos \left( \omega \left( t - \frac{O_1M}{c} \right) \right) \quad \text{et} \quad s_2(M, t) = A \cos \left( \omega \left( t - \frac{O_2M}{c} \right) \right)$$

donc en posant  $\phi_1 = -\omega \frac{O_1M}{c}$  et  $\phi_2 = -\omega \frac{O_2M}{c}$  on peut exprimer ces deux ondes sous la forme vue dans la partie précédente :

$$s_1(M, t) = A \cos(\omega t + \phi_1) \quad \text{et} \quad s_2(M, t) = A \cos(\omega t + \phi_2)$$

On aura donc la formule des interférences qui donne l'amplitude totale détectée par le récepteur :

$$A_{tot} = \sqrt{2A^2(1 + \cos(\phi_1 - \phi_2))}$$

- On aura donc une amplitude maximale  $A_{max} = 2A$  quand  $\phi_1 - \phi_2$  est un multiple de  $2\pi$ , donc quand il existe un entier  $n$  tel que  $\phi_1 - \phi_2 = 2n\pi$ . Ceci correspond au cas :

$$\begin{aligned} \phi_1 - \phi_2 &= 2n\pi \\ -\omega \frac{O_1M}{c} + \omega \frac{O_2M}{c} &= 2n\pi \\ \frac{\omega}{c}(O_2M - O_1M) &= 2n\pi \\ O_2M - O_1M &= n \frac{2\pi c}{\omega} = n\lambda \end{aligned}$$

Ainsi, il y a interférences constructives quand les chemins pour aller des émetteurs au récepteur sont différents d'un nombre entier de fois la longueur d'onde :  $O_2M - O_1M = n\lambda$

- On aura donc une amplitude minimale  $A_{min} = 0$  quand  $\phi_1 - \phi_2$  est un multiple impair de  $\pi$ , donc quand il existe un entier  $p$  tel que  $\phi_1 - \phi_2 = (2p + 1)\pi$ . Ceci correspond au cas :

$$\begin{aligned} \phi_1 - \phi_2 &= (2p + 1)\pi \\ -\omega \frac{O_1M}{c} + \omega \frac{O_2M}{c} &= (2p + 1)\pi \\ \frac{\omega}{c}(O_2M - O_1M) &= (2p + 1)\pi \\ O_2M - O_1M &= \frac{2p + 1}{2} \frac{2\pi c}{\omega} = (2p + 1) \frac{\lambda}{2} \end{aligned}$$

Ainsi, il y a interférences destructives quand les chemins pour aller des émetteurs au récepteur sont différents d'un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde :  $O_2M - O_1M = (2p + 1) \frac{\lambda}{2}$

Ainsi en se déplaçant perpendiculairement à la ligne des deux émetteurs, on change les valeurs des deux chemins de manière différente (par exemple on peut se rapprocher du premier émetteur et s'éloigner du deuxième), donc la différence de longueur entre les deux chemins change. Si on part du maximum pour le récepteur situé à égale distance des deux émetteurs, au bout d'un certain déplacement, la différence de chemin devient égale à une demi-longueur d'onde, on a un minimum. En continuant, la différence de chemin devient égale à une longueur d'onde et les deux ondes sont de nouveau en phase, on a à nouveau un maximum. On explique donc ainsi l'alternance entre les zones où l'amplitude est maximale et celles où elle est minimale. Le même calcul s'effectue identiquement pour expliquer la figure observée dans la cuve à ondes.

*Le phénomène d'interférences est général aux ondes, il n'est pas spécifique aux ondes que l'on vient de voir. Il est par exemple utilisé dans le cas des ondes électromagnétiques (lumière) pour le traitement anti-reflets des verres de lunettes ou détecter les ondes gravitationnelles. Toutefois, pour observer des interférences comme celles que l'on a vu, il faut deux sources ponctuelles et de même fréquence.*



## 4.3 Modèle de la source ponctuelle monochromatique en optique

### Définition

Une source ponctuelle est une source de dimension infiniment petites assimilable à un point.

Conséquences : si on dispose d'une source ponctuelle en S alors

- tous les rayons lumineux sont des droites issues de S (tant que le milieu reste homogène) ;
- tous les points situés sur une même sphère de centre S reçoivent le même signal (le temps de parcours de la source à tous ces points est le même, donc pas de déphasage entre eux).

### Définition

Une source ponctuelle monochromatique est une source ponctuelle émettant une onde sinusoïdale.

Le long d'un rayon lumineux et donc d'un axe Sx, l'onde peut s'écrire  $s(x, t) = A(x) \cos(\omega(t - \frac{x}{c/n}) + \phi_0)$  en notant  $n$  l'indice optique dans le milieu de propagation. Le long du rayon lumineux, l'amplitude décroît pour prendre en compte le fait que l'onde se "dilue" sur des sphères de surface de plus en plus grandes. On admettra que  $A(x) \propto 1/x$ .

Le signal d'une source ponctuelle monochromatique S de pulsation  $\omega$  est donné en tout point situé à une distance  $x$  de S par :

$$s(x, t) = \frac{a}{x} \cos(\omega t - kx + \phi_0)$$

Exemples :

- Avec une lampe spectrale et un filtre interférentiel (plus précis qu'un verre coloré), on peut réaliser une source monochromatique. On utilise alors une lentille convergente et un diaphragme pour réaliser une source ponctuelle.
- Un laser focalisé par un objectif de microscope (lentille convergente) réalise une source ponctuelle monochromatique depuis le point de convergence.