Programme de colles - Semaine du 28 mars

Questions de cours

Solide en rotation autour d'un axe fixe

✍ Définir puissance d'une force par rapport à un axe fixe. Donner la formule donnant l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe. Enoncer la loi de la puissance cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe. Appliquer cette loi afin de déterminer l'équation différentielle donnant le mouvement d'un pendule pesant constitué uniquement d'une tige homogène de longueur L et de masse m ($J = \frac{1}{3}mL^2$).

Régime sinusoïdal forcé

✍ Pour le système masse-ressort horizontal avec frottements fluides (coefficient de frottement h) et une force supplémentaire d'intensité $F_{ext} = F_m \cos(\omega t)$, établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ l'élongation du ressort (on fera un schéma pour montrer les notations). La mettre sous forme $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_m \cos(\omega t)$ en exprimant les grandeurs introduites. Introduire la notation complexe pour $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$. L'utiliser pour exprimer x_0 et ϕ en fonction de ω. Tracer l'allure de $x_0(\omega)$, on rappelle qu'il n'y a résonance que si $Q \geqslant 1/\sqrt{2}$ et que la pulsation de résonance est alors $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 1/(2Q^2)}$. Que se passe t'il quand $Q \gg 1$? Interpréter les résultats suivants de manière qualitative dans les cas $\omega \ll \omega_0$, $\omega \gg \omega_0$ et $\omega = \omega_r$.

✍ Pour le système masse-ressort horizontal avec frottements fluides (coefficient de frottement h) et une force supplémentaire d'intensité $F_{ext} = \frac{kx_m}{m}\cos(\omega t)$, on donne l'amplitude complexe de l'élongation :

$$\underline{x_0} = \frac{x_m}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}.$$

Trouver l'amplitude complexe de la vitesse et la mettre sous la forme :

$$\underline{v_0} = \frac{\omega_0 Q x_m}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

En déduire le déphasage de la vitesse avec l'excitation et l'amplitude de la vitesse. Tracer l'allure de $|v_0|(\omega)$, on précisera la pulsation de résonance. Définir la bande passante et l'exprimer en fonction de ω_0 et Q. Expliquer comment déterminer ω_0 et Q à partir d'un graphe donné.

✍ En électricité,présenter la notation complexe pour $u(t) = u_0 \cos(\omega t + \phi)$. Définir l'impédance complexe, et donner sa valeur pour résistance, condensateur et bobine. Faire un commentaire sur leur module et sur leur argument. Utiliser la notion d'impédance pour déterminer la résonance en intensité d'un circuit RLC série alimentée par une tension sinusoïdale en la mettant sous la forme :

$$\underline{i_0} = \frac{E_m/R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

Tracer l'allure de l'amplitude des oscillations de l'intensité en fonction de ω, déterminer la pulsation de résonance et expliquer pourquoi le mode XY de l'oscilloscope est le plus adapté à sa détermination.

Filtrage

✍ Définir fonction de transfert et gain en décibel d'un filtre. Etude du filtre passe-bas du premier ordre (circuit RC série) : déterminer la fonction de transfert. Donner la sortie $s(t)$ lorsque l'entrée est $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ sachant que $E_m = 1,0$ V, $\omega = 500$ s^{-1}, $R = 1,0$ kΩ et $C = 1,0$ μF. Tracer l'allure du diagramme de Bode en calculant les asymptotes.

Pour la semaine suivante...

★ Régime sinusoïdal forcé. Filtrage.

Programme de colles - Semaine du 28 mars

Questions de cours

Solide en rotation autour d'un axe fixe

- ✍ Définir puissance d'une force par rapport à un axe fixe. Donner la formule donnant l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe. Enoncer la loi de la puissance cinétique pour un solide en rotation autour d'un axe fixe. Appliquer cette loi afin de déterminer l'équation différentielle donnant le mouvement d'un pendule pesant constitué uniquement d'une tige homogène de longueur L et de masse m ($J = \frac{1}{3}mL^2$).

Régime sinusoïdal forcé

- ✍ Pour le système masse-ressort horizontal avec frottements fluides (coefficient de frottement h) et une force supplémentaire d'intensité $F_{ext} = F_m \cos(\omega t)$, établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ l'élongation du ressort (on fera un schéma pour montrer les notations). La mettre sous forme $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_m \cos(\omega t)$ en exprimant les grandeurs introduites. Introduire la notation complexe pour $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$. L'utiliser pour exprimer x_0 et ϕ en fonction de ω. Tracer l'allure de $x_0(\omega)$, on rappelle qu'il n'y a résonance que si $Q \geqslant 1/\sqrt{2}$ et que la pulsation de résonance est alors $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 1/(2Q^2)}$. Que se passe t'il quand $Q \gg 1$? Interpréter les résultats suivants de manière qualitative dans les cas $\omega \ll \omega_0$, $\omega \gg \omega_0$ et $\omega = \omega_r$.

- ✍ Pour le système masse-ressort horizontal avec frottements fluides (coefficient de frottement h) et une force supplémentaire d'intensité $F_{ext} = \frac{kx_m}{m}\cos(\omega t)$, on donne l'amplitude complexe de l'élongation :

$$\underline{x_0} = \frac{x_m}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{j\omega}{Q\omega_0}}.$$

  Trouver l'amplitude complexe de la vitesse et la mettre sous la forme :

$$\underline{v_0} = \frac{\omega_0 Q x_m}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

  En déduire le déphasage de la vitesse avec l'excitation et l'amplitude de la vitesse. Tracer l'allure de $|v_0|(\omega)$, on précisera la pulsation de résonance. Définir la bande passante et l'exprimer en fonction de ω_0 et Q. Expliquer comment déterminer ω_0 et Q à partir d'un graphe donné.

- ✍ En électricité,présenter la notation complexe pour $u(t) = u_0 \cos(\omega t + \phi)$. Définir l'impédance complexe, et donner sa valeur pour résistance, condensateur et bobine. Faire un commentaire sur leur module et sur leur argument. Utiliser la notion d'impédance pour déterminer la résonance en intensité d'un circuit RLC série alimentée par une tension sinusoïdale en la mettant sous la forme :

$$\underline{i_0} = \frac{E_m/R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}.$$

  Tracer l'allure de l'amplitude des oscillations de l'intensité en fonction de ω, déterminer la pulsation de résonance et expliquer pourquoi le mode XY de l'oscilloscope est le plus adapté à sa détermination.

Filtrage

- ✍ Définir fonction de transfert et gain en décibel d'un filtre. Etude du filtre passe-bas du premier ordre (circuit RC série) : déterminer la fonction de transfert. Donner la sortie $s(t)$ lorsque l'entrée est $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ sachant que $E_m = 1,0$ V, $\omega = 500$ s^{-1}, $R = 1,0$ kΩ et $C = 1,0$ μF. Tracer l'allure du diagramme de Bode en calculant les asymptotes.

Pour la semaine suivante...

- ★ Régime sinusoïdal forcé. Filtrage.