

PROGRAMME DE COLLES - SEMAINE DU 7 FÉVRIER

Questions de cours

Oscillateurs amortis

Les solutions de l'équation différentielle pour un oscillateur amorti ne sont pas à connaître, les rappeler en cas de besoin.

- ⚡ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E , faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q . En régime pseudo-périodique faiblement amorti, la tension est donnée par : $u(t) \simeq E e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \cos \omega_0 t$. Déterminer l'énergie stockée dans le circuit en fonction de temps, puis relier sa variation à la puissance dissipée par effet Joule (en moyenne sur une pseudo-période).
- ⚡ Pour un système masse-ressort horizontal en présence de frottements $\vec{F} = -h\vec{v}$, faire un schéma, puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort. Donner l'expression de la pulsation propre et du facteur de qualité. On donne les solutions des 3 régimes observables :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[A \cos(\omega_0 t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}) + B \sin(\omega_0 t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}) \right] \\ x_2(t) &= e^{-\omega_0 t} [A + Bt] \\ x_3(t) &= e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}} \left[A e^{-(\omega_0 t \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1})} + B e^{\omega_0 t \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}} \right] \end{aligned}$$

Attribuer à chaque solution le nom du régime correspondant et les valeurs de Q correspondantes. Estimer la durée de chaque régime transitoire (avec les hypothèses $Q \gg 1$ ou $Q \ll 1$) et dire lequel est le plus court (on rappelle le développement limité $\sqrt{1-x} \simeq 1 - \frac{x}{2}$ pour $x \ll 1$).

- ⚡ Pour le système masse-ressort vertical avec frottements $\vec{F}_{fr} = -h\vec{v}$, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort $x(t) = l - l_0$. Tracer l'allure des solutions pour les conditions initiales $x(t=0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ pour les 3 régimes.

Cinématique

- ⚡ Présenter le système de coordonnées cylindriques avec un schéma faisant apparaître les vecteurs unitaires de la base locale. Déterminer l'altitude et la vitesse atteintes par une fusée ayant une accélération verticale de 14 m.s^{-2} pendant 150 s. Pour un point matériel suivant une trajectoire curviligne, donner l'effet des composantes du vecteur-accelération parallèle et perpendiculaire au vecteur-vitesse.
- ⚡ Donner l'expression du vecteur-vitesse dans les systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique. Déterminer le temps de chute et le point de chute d'un objet lancé dans le champ de pesanteur terrestre depuis une altitude de 100 km avec une vitesse initiale horizontale de 1,7 km/s et une vitesse verticale vers le haut de 800 m/s.
- ⚡ Donner l'expression du vecteur-accelération dans les systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique. Déterminer la longueur du bras d'une centrifugeuse telle que l'accélération subie par la cabine soit de $18g$ lorsqu'elle se déplace à une vitesse de 60 m/s.

Mécanique newtonienne

- ⚡ Donner les noms des quatre interactions fondamentales et leurs portées. Déterminer le débit massique des gaz pour une fusée de masse 1400 tonnes accélérant à $14,0 \text{ m.s}^{-2}$ sachant que la force de poussée a une intensité $F_p = D_m v_e$ avec $v_e = 4,0 \text{ km/s}$ la vitesse d'éjection des gaz.

Pour la semaine de la rentrée...

- ★ Mécanique.

PROGRAMME DE COLLES - SEMAINE DU 7 FÉVRIER

Questions de cours

Oscillateurs amortis

Les solutions de l'équation différentielle pour un oscillateur amorti ne sont pas à connaître, les rappeler en cas de besoin.

- ⚡ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E , faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q . En régime pseudo-périodique faiblement amorti, la tension est donnée par : $u(t) \simeq Ee^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \cos \omega_0 t$. Déterminer l'énergie stockée dans le circuit en fonction de temps, puis relier sa variation à la puissance dissipée par effet Joule (en moyenne sur une pseudo-période).
- ⚡ Pour un système masse-ressort horizontal en présence de frottements $\vec{F} = -h\vec{v}$, faire un schéma, puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort. Donner l'expression de la pulsation propre et du facteur de qualité. On donne les solutions des 3 régimes observables :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[A \cos(\omega_0 t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}) + B \sin(\omega_0 t \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}) \right] \\ x_2(t) &= e^{-\omega_0 t} [A + Bt] \\ x_3(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[A e^{-(\omega_0 t \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1})} + B e^{\omega_0 t \sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}} \right] \end{aligned}$$

Attribuer à chaque solution le nom du régime correspondant et les valeurs de Q correspondantes. Estimer la durée de chaque régime transitoire (avec les hypothèses $Q \gg 1$ ou $Q \ll 1$) et dire lequel est le plus court (on rappelle le développement limité $\sqrt{1-x} \simeq 1 - \frac{x}{2}$ pour $x \ll 1$).

- ⚡ Pour le système masse-ressort vertical avec frottements $\vec{F}_{fr} = -h\vec{v}$, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort $x(t) = l - l_0$. Tracer l'allure des solutions pour les conditions initiales $x(t=0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ pour les 3 régimes.

Cinématique

- ⚡ Présenter le système de coordonnées cylindriques avec un schéma faisant apparaître les vecteurs unitaires de la base locale. Déterminer l'altitude et la vitesse atteintes par une fusée ayant une accélération verticale de 14 m.s^{-2} pendant 150 s. Pour un point matériel suivant une trajectoire curviligne, donner l'effet des composantes du vecteur-accelération parallèle et perpendiculaire au vecteur-vitesse.
- ⚡ Donner l'expression du vecteur-vitesse dans les systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique. Déterminer le temps de chute et le point de chute d'un objet lancé dans le champ de pesanteur terrestre depuis une altitude de 100 km avec une vitesse initiale horizontale de 1,7 km/s et une vitesse verticale vers le haut de 800 m/s.
- ⚡ Donner l'expression du vecteur-accelération dans les systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique. Déterminer la longueur du bras d'une centrifugeuse telle que l'accélération subie par la cabine soit de $18g$ lorsqu'elle se déplace à une vitesse de 60 m/s.

Mécanique newtonienne

- ⚡ Donner les noms des quatre interactions fondamentales et leurs portées. Déterminer le débit massique des gaz pour une fusée de masse 1400 tonnes accélérant à $14,0 \text{ m.s}^{-2}$ sachant que la force de poussée a une intensité $F_p = D_m v_e$ avec $v_e = 4,0 \text{ km/s}$ la vitesse d'éjection des gaz.

Pour la semaine de la rentrée...

- ★ Mécanique.