Programme de colles - Semaine du 31 janvier

Questions de cours

Oscillateur harmonique

- ✍ Pour un circuit LC série chargé sous une tension E, établir et résoudre l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre en fonction de L et C. Montrer qu'il y a conservation de l'énergie totale stockée dans les deux composants.
- ✍ Pour une masse m accrochée à un ressort horizontal de constante de raideur k, établir et résoudre l'équation différentielle sur l'allongement $x(t) = l(t) - l_0$ quand on lâche la masse sans vitesse initiale de la position x_0. Donner l'expression de la pulsation propre en fonction de m et k. Tracer le portrait de phase.

Oscillateur amorti

Les solutions de l'équation différentielle pour un oscillateur amorti ne sont pas à connaitre, les rappeler en cas de besoin.

- ✍ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q. Tracer l'allure de $u(t)$ pour chacun des 3 régimes en donnant leur nom (sans démonstration) et les valeurs de Q.
- ✍ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q. En régime pseudo-périodique faiblement amorti, la tension est donnée par : $u(t) \simeq Ee^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \cos \omega_0 t$. Déterminer l'énergie stockée dans le circuit en fonction de temps, puis relier sa variation à la puissance dissipée par effet Joule (en moyenne sur une pseudo-période).
- ✍ Pour un système masse-ressort horizontal en présence de frottements $\vec{F} = -h\vec{v}$, faire un schéma, puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort. Donner l'expression de la pulsation propre et du facteur de qualité. On donne les solutions des 3 régimes observables :

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[A\cos(\omega_0 t\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}) + B\sin(\omega_0 t\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}) \right] \\
x_2(t) &= e^{-\omega_0 t}\left[A + Bt\right] \\
x_3(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[Ae^{-(\omega_0 t\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}} + Be^{\omega_0 t\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}} \right]
\end{aligned}$$

  Attribuer à chaque solution le nom du régime correspondant et les valeur de Q correspondantes. Estimer la durée de chaque régime transitoire (avec les hypothèses $Q \gg 1$ ou $Q \ll 1$) et dire lequel est le plus court (on rappelle le développement limité $\sqrt{1-x} \simeq 1 - \frac{x}{2}$ pour $x \ll 1$).
- ✍ Pour le système masse-ressort vertical avec frottements $\vec{F_{fr}} = -h\vec{v}$, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort $x(t) = l - l_0$. Tracer l'allure des solutions pour les conditions initiales $x(t=0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ pour les 3 régimes.

Pour la semaine prochaine...

★ Mécanique

Programme de colles - Semaine du 31 janvier

Questions de cours

Oscillateur harmonique

- ✍ Pour un circuit LC série chargé sous une tension E, établir et résoudre l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre en fonction de L et C. Montrer qu'il y a conservation de l'énergie totale stockée dans les deux composants.

- ✍ Pour une masse m accrochée à un ressort horizontal de constante de raideur k, établir et résoudre l'équation différentielle sur l'allongement $x(t) = l(t) - l_0$ quand on lâche la masse sans vitesse initiale de la position x_0. Donner l'expression de la pulsation propre en fonction de m et k. Tracer le portrait de phase.

Oscillateur amorti

Les solutions de l'équation différentielle pour un oscillateur amorti ne sont pas à connaitre, les rappeler en cas de besoin.

- ✍ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q. Tracer l'allure de $u(t)$ pour chacun des 3 régimes en donnant leur nom (sans démonstration) et les valeurs de Q.

- ✍ Pour un circuit RLC série préalablement chargé sous une tension E, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur la tension aux bornes du condensateur $u(t)$ lors de la réponse libre. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q. En régime pseudo-périodique faiblement amorti, la tension est donnée par : $u(t) \simeq Ee^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \cos \omega_0 t$. Déterminer l'énergie stockée dans le circuit en fonction de temps, puis relier sa variation à la puissance dissipée par effet Joule (en moyenne sur une pseudo-période).

- ✍ Pour un système masse-ressort horizontal en présence de frottements $\vec{F} = -h\vec{v}$, faire un schéma, puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort. Donner l'expression de la pulsation propre et du facteur de qualité. On donne les solutions des 3 régimes observables :

$$
\begin{aligned}
x_1(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[A\cos(\omega_0 t\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}) + B\sin(\omega_0 t\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}) \right] \\
x_2(t) &= e^{-\omega_0 t} \left[A + Bt \right] \\
x_3(t) &= e^{\frac{-\omega_0 t}{2Q}} \left[Ae^{-(\omega_0 t\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}} + Be^{\omega_0 t\sqrt{\frac{1}{4Q^2}-1}} \right]
\end{aligned}
$$

  Attribuer à chaque solution le nom du régime correspondant et les valeur de Q correspondantes. Estimer la durée de chaque régime transitoire (avec les hypothèses $Q \gg 1$ ou $Q \ll 1$) et dire lequel est le plus court (on rappelle le développement limité $\sqrt{1-x} \simeq 1 - \frac{x}{2}$ pour $x \ll 1$).

- ✍ Pour le système masse-ressort vertical avec frottements $\vec{F_{fr}} = -h\vec{v}$, faire un schéma puis établir l'équation différentielle sur l'élongation du ressort $x(t) = l - l_0$. Tracer l'allure des solutions pour les conditions initiales $x(t=0) = 0$ et $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ pour les 3 régimes.

Pour la semaine prochaine...

- ★ Mécanique