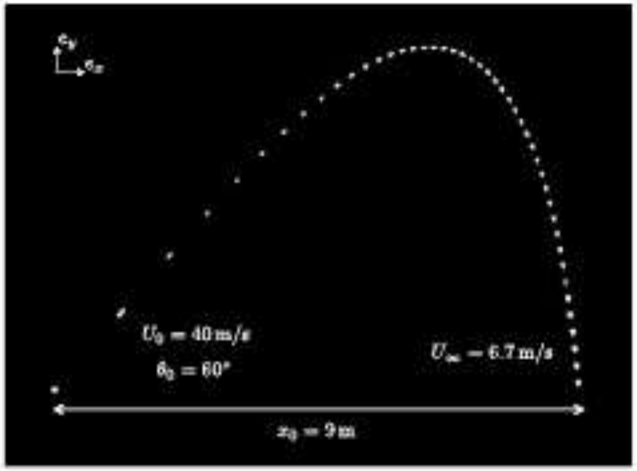
La physique du sport

P. Adroguer

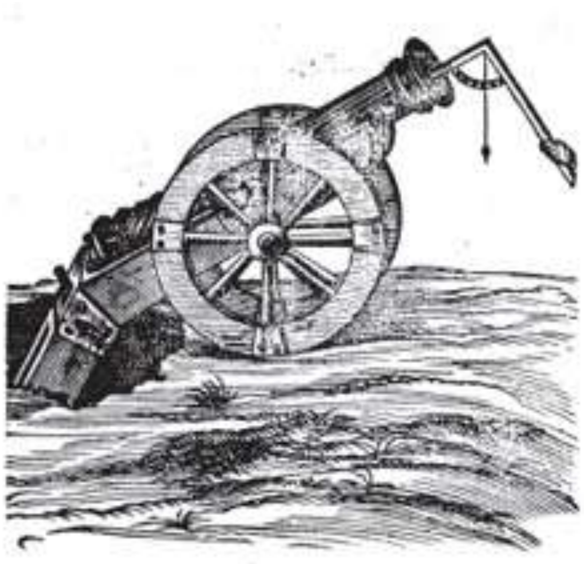
Professeur de physique chimie en TSI

Lycée Gustave Eiffel



Petit historique de la balistique

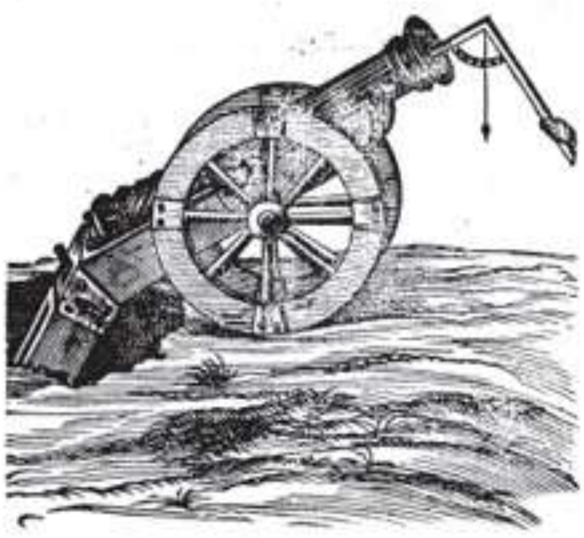
La théorie de l'impetus



Pour les grecs, seules formes parfaites = cercles et droites.

Trajectoire d'un projectile = 3 étapes
- droite oblique selon vitesse initiale
- arc de cercle
- droite verticale

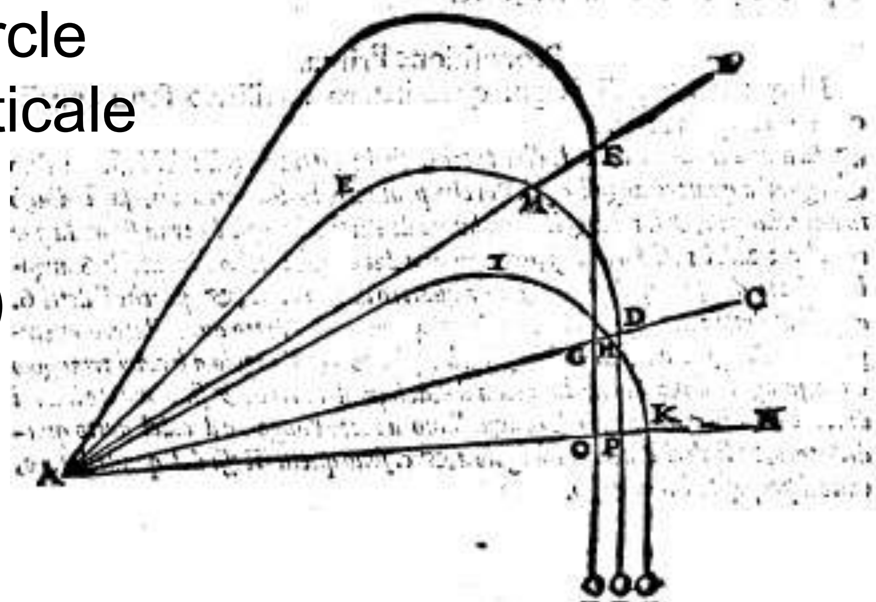
La théorie de l'impetus



Pour les grecs, seules formes parfaites = cercles et droites.

Trajectoire d'un projectile = 3 étapes

- droite oblique selon vitesse initiale
- arc de cercle
- droite verticale

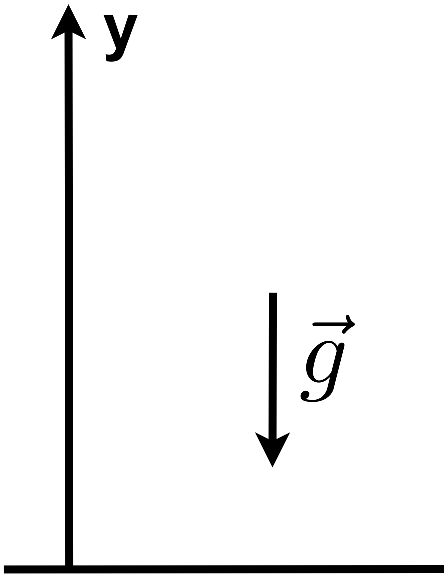


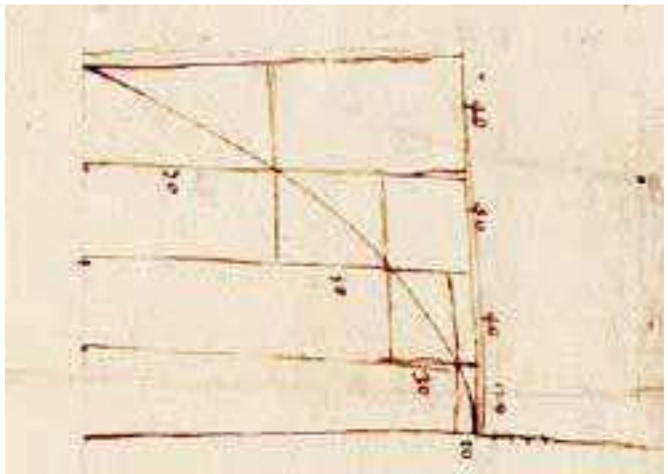
Tartaglia, *Nova scientia* (1537)

Les travaux de Galilée

Galilée (1597) :
Sur Terre : poids $\vec{P} = m\vec{g}$

Conséquence : trajectoires paraboliques (1638)



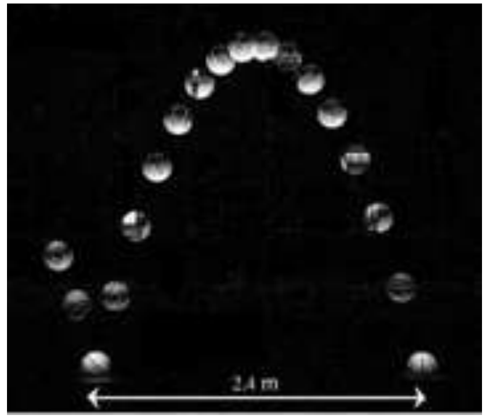


Ecart théorie-expérience

2 modèles, lequel est le bon ?

Tartaglia

Galilée

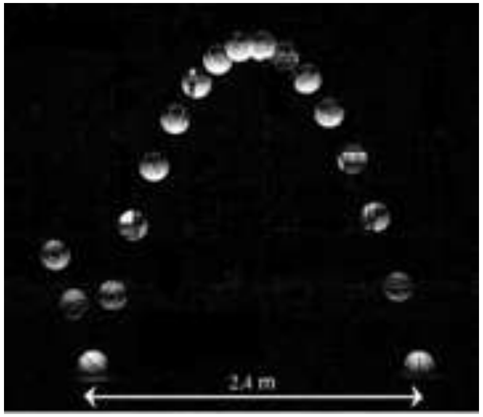


Ecart théorie-expérience

2 modèles, lequel est le bon ?

Tartaglia

Galilée

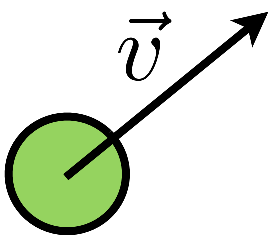


Aucun !

lundi 20 janvier 20

Comment Galilée a trouvé la parabole : bases de cinématique

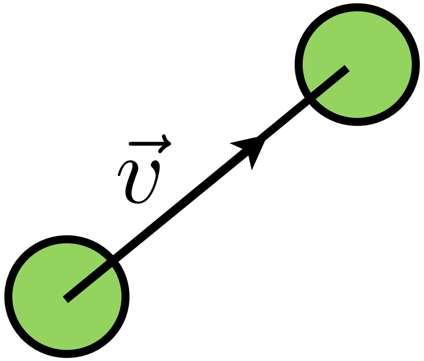
Comment déterminer la position future d'un objet ?



Vitesse * durée = modification de la position

Comment déterminer la position future d’un objet ?

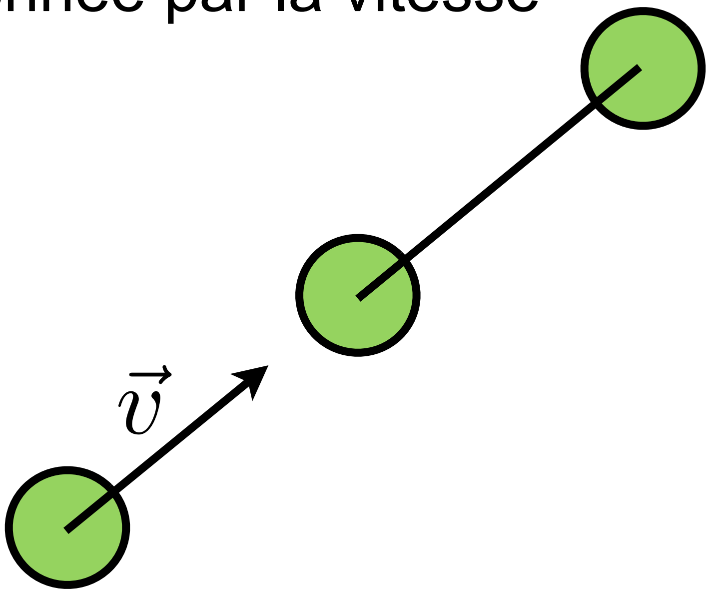
distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse



Vitesse * durée = modification de la position

Comment déterminer la position future d'un objet ?

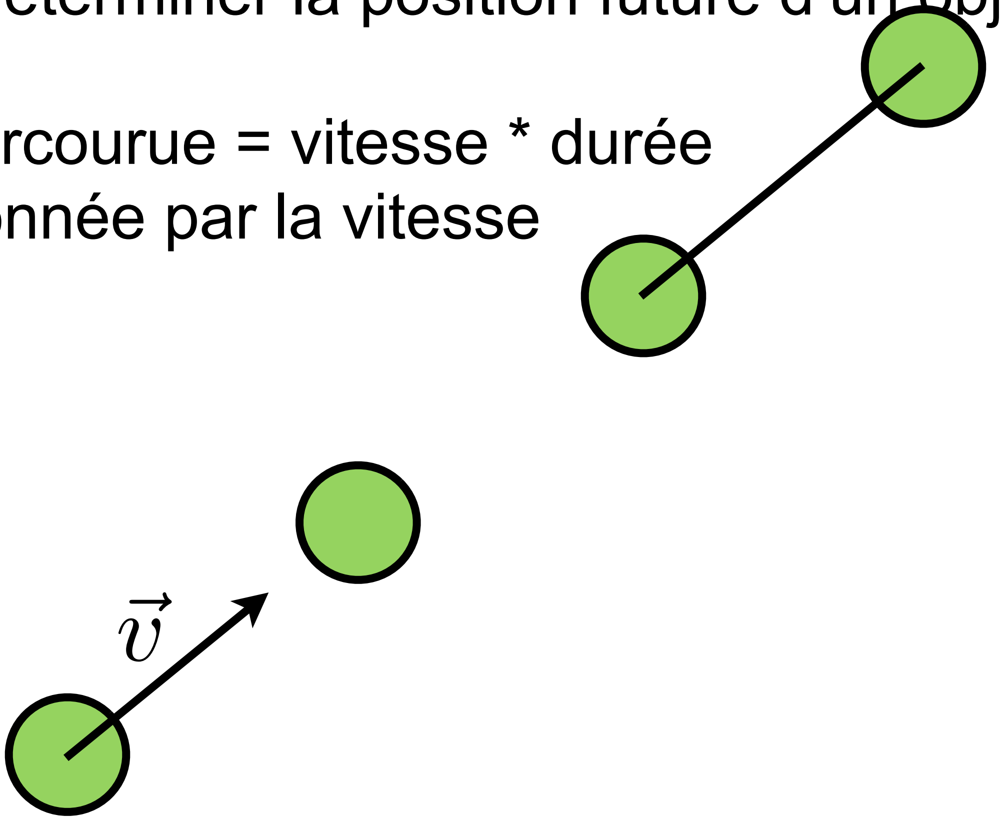
distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse



Vitesse * durée = modification de la position

Comment déterminer la position future d'un objet ?

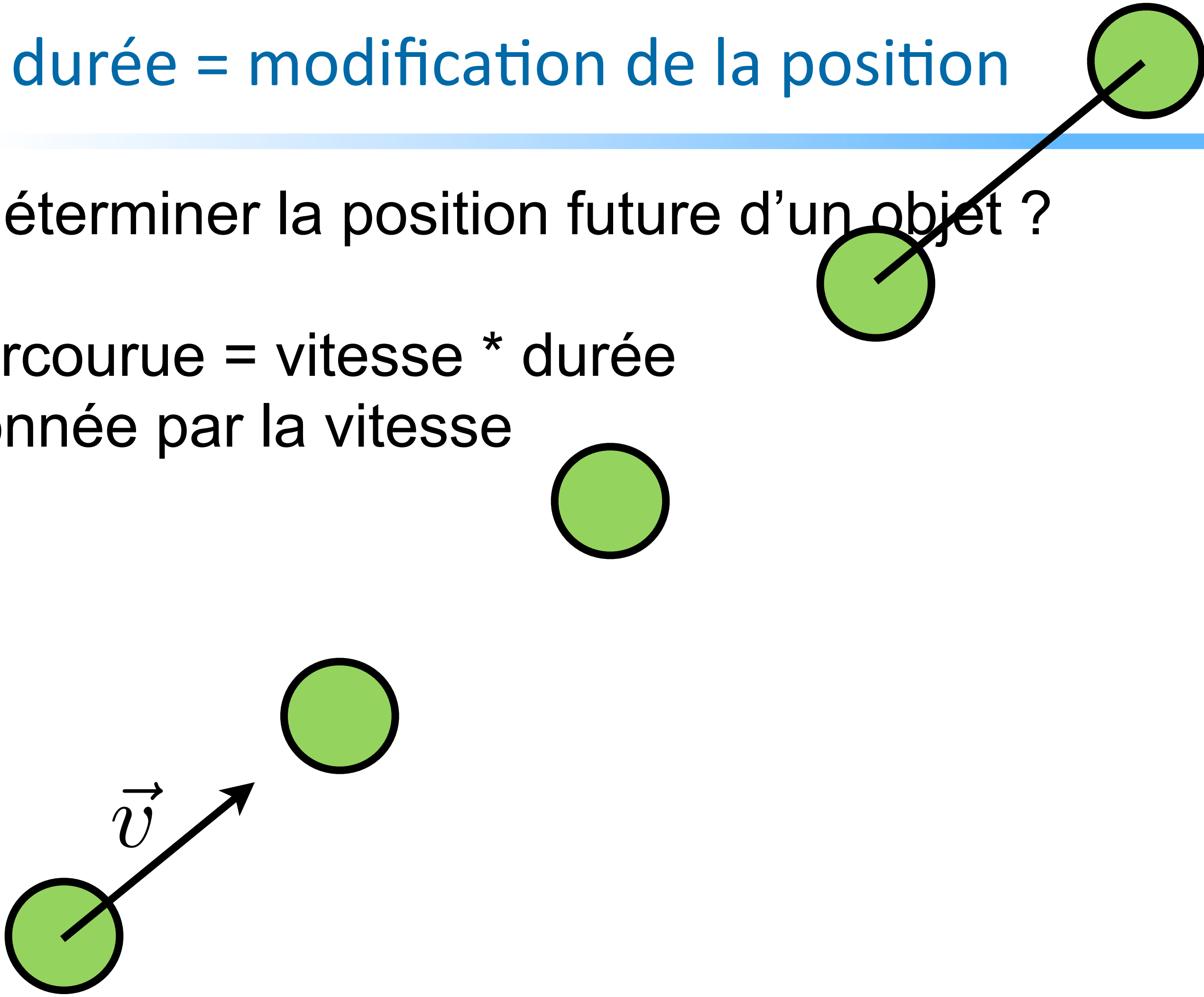
distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse



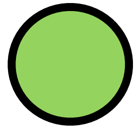
Vitesse * durée = modification de la position

Comment déterminer la position future d'un objet ?

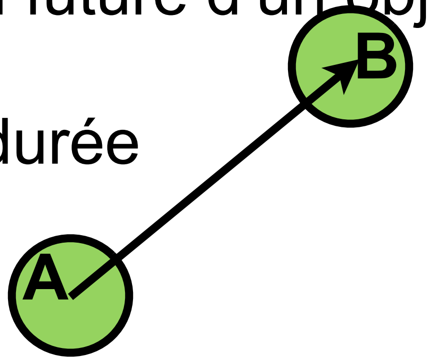
distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse



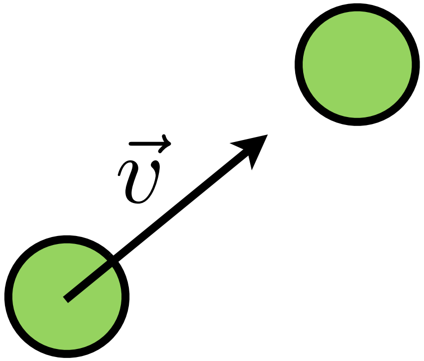
Vitesse * durée = modification de la position



Comment déterminer la position future d'un objet ?



distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse

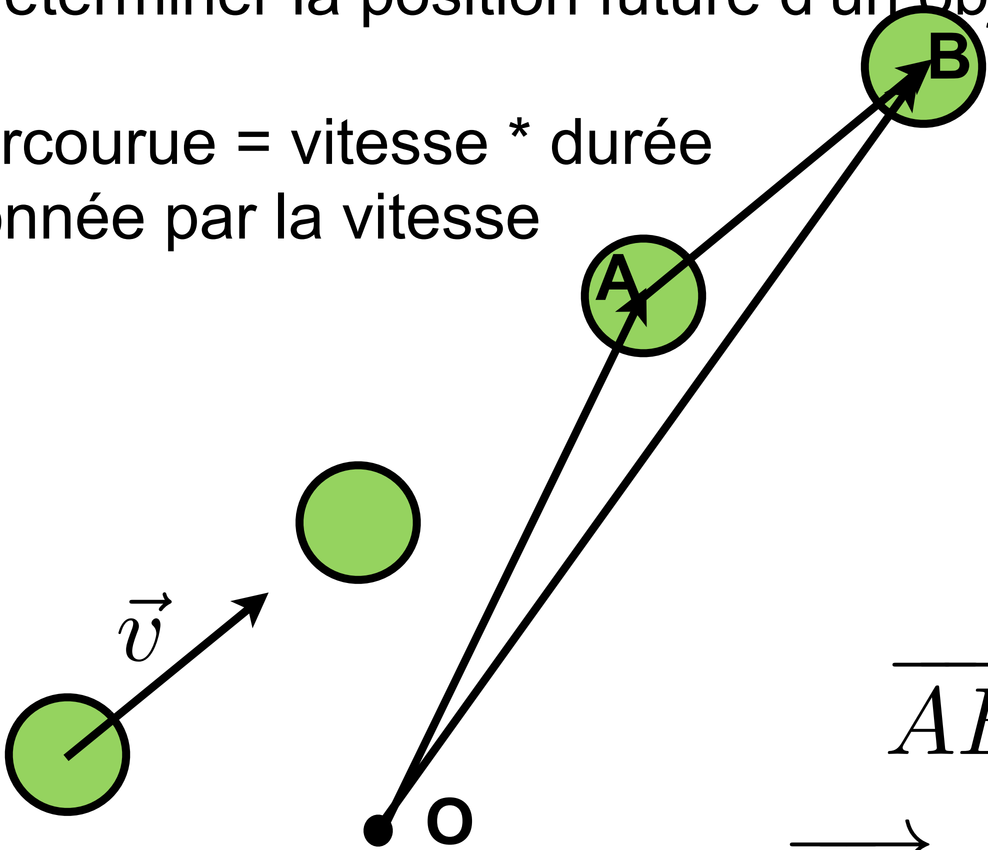


$$\overrightarrow{AB} = \vec{v}\Delta t$$

Vitesse * durée = modification de la position

Comment déterminer la position future d'un objet ?

distance parcourue = vitesse * durée
direction donnée par la vitesse

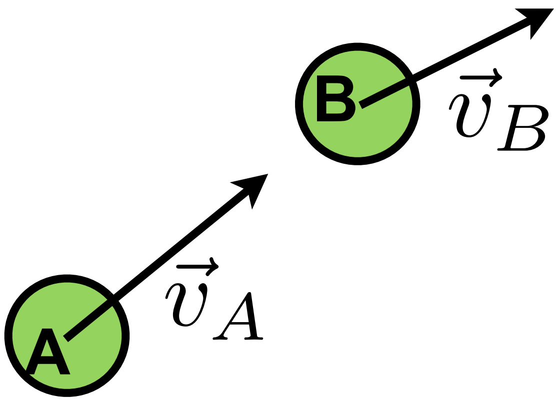


$$\overrightarrow{AB} = \vec{v}\Delta t$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

Modification de la vitesse = ?

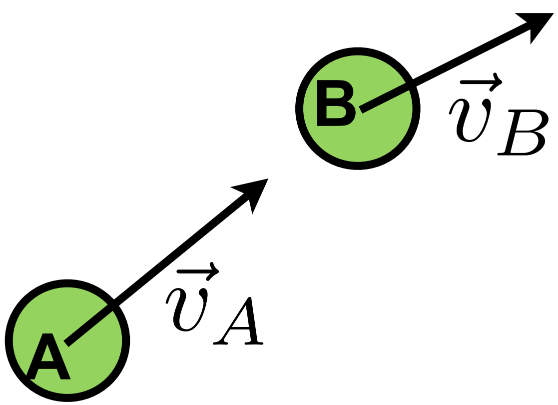
Pour un projectile, la vitesse change au cours du mouvement, tant en direction, qu'en norme.



Modification de la vitesse = ?

Pour un projectile, la vitesse change au cours du mouvement, tant en direction, qu'en norme.

Comment déterminer la vitesse future d'un objet ?

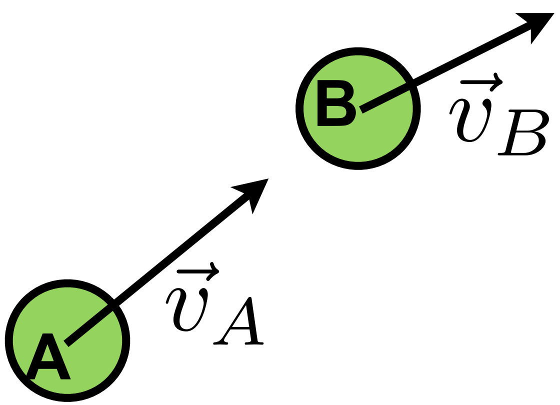


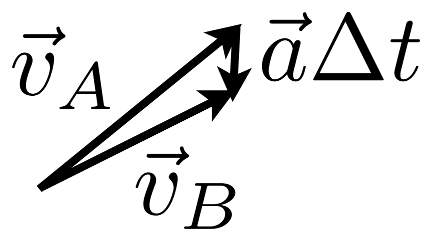
Modification de la vitesse = accélération * durée

Pour un projectile, la vitesse change au cours du mouvement, tant en direction, qu’en norme.

Comment déterminer la vitesse future d’un objet ?

changement de vitesse = accélération * durée





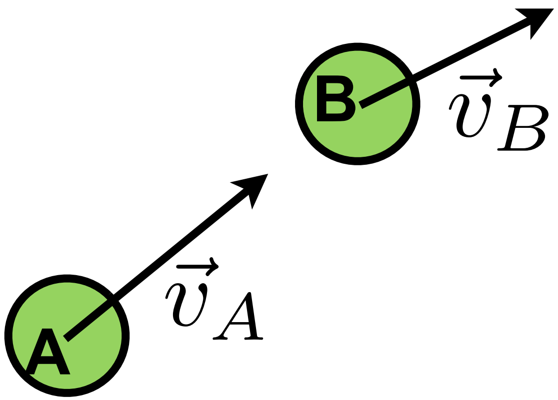
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{a}\Delta t$$

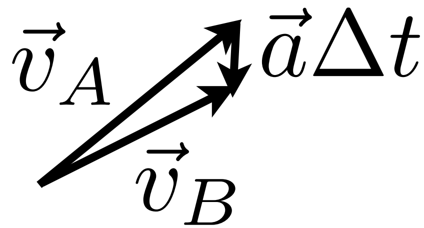
Modification de la vitesse = accélération * durée

Pour un projectile, la vitesse change au cours du mouvement, tant en direction, qu'en norme.

Comment déterminer la vitesse future d'un objet ?

changement de vitesse = accélération * durée





$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{a}\Delta t$$

Comment déterminer l'accélération ?

Loi de la quantité de mouvement

Newton (1687)
«Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice ; et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.»

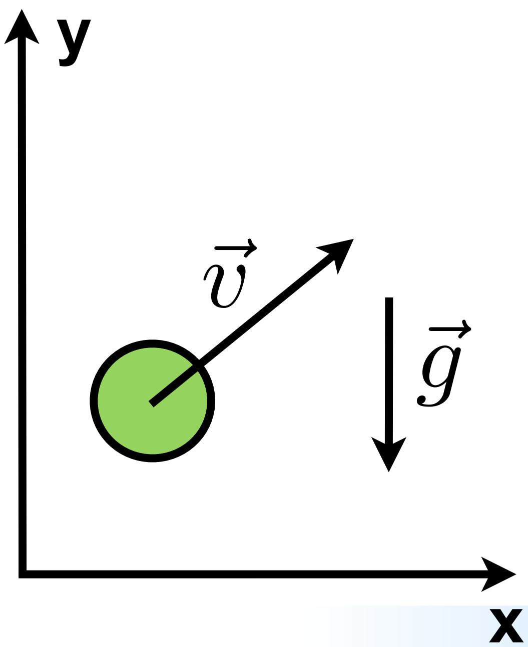
Principe fondamental de la dynamique (PFD) :
accélération = (somme des forces)/masse

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m}$$

Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \ \mathrm{m/s}^2$$



Conditions initiales

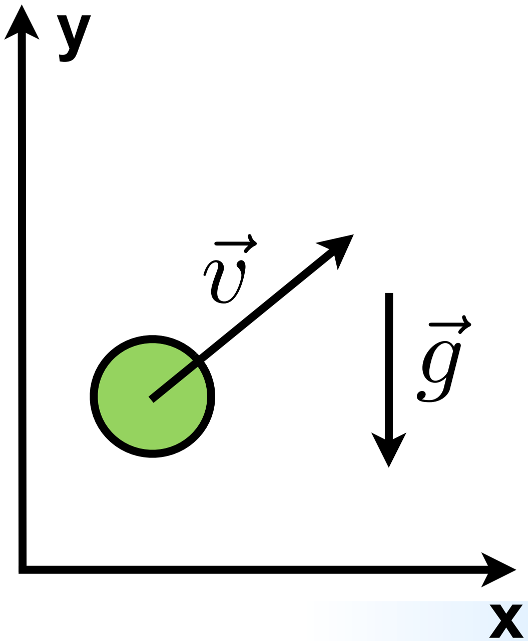
t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0					
y(m)	0					
v_x (m/s)	20					
v_y (m/s)	20					

Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$



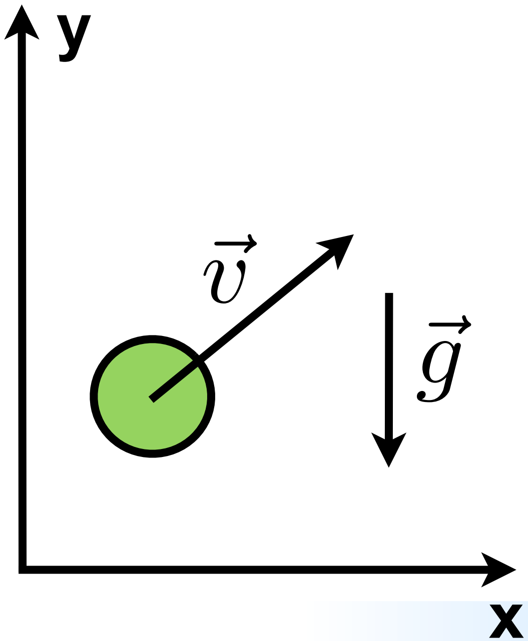
t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0 →	20				
y(m)	0	$20 \text{ m/s} \times 1 \text{ s}$				
v_x (m/s)	20					
v_y (m/s)	20					

Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20				
y(m)	0	20				
v_x (m/s)	20					
v_y (m/s)	20					

$20 \text{ m/s} \times 1 \text{ s}$

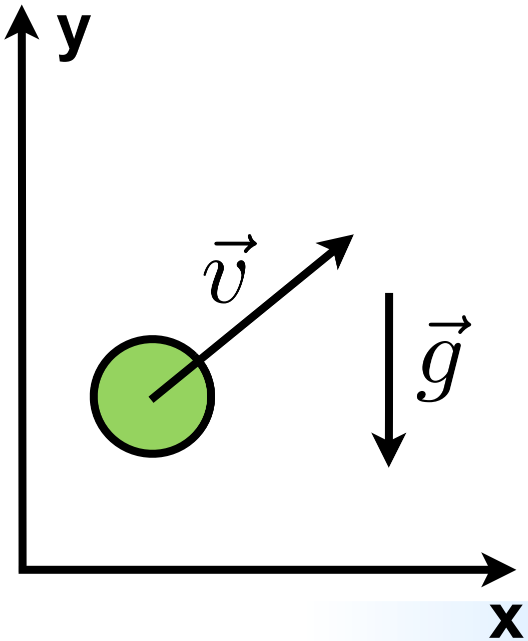
Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10\ \mathrm{m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20				
y(m)	0	20				
v_x (m/s)	20	20				
v_y (m/s)	20	10				

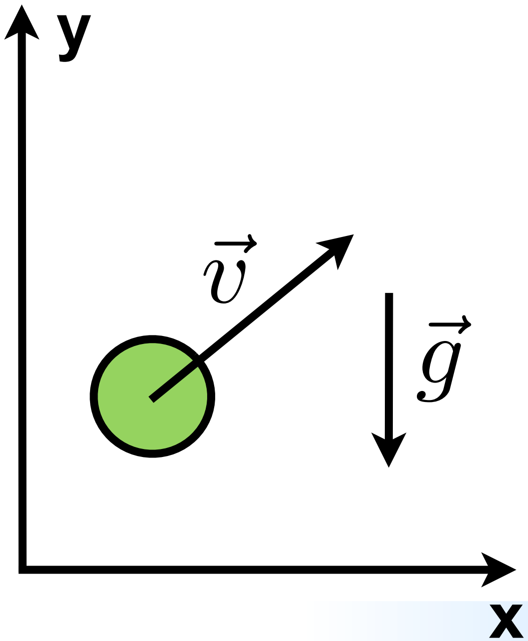
Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40			
y(m)	0	20	30			
v_x (m/s)	20	20	20			
v_y (m/s)	20	10	0			

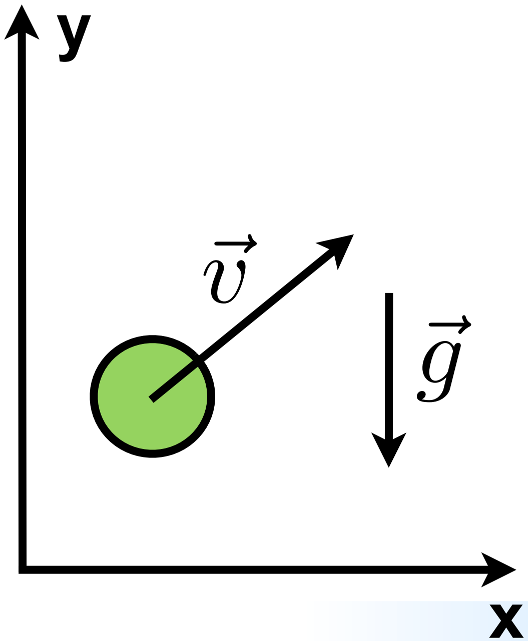
Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40	60		
y(m)	0	20	30	30		
v_x (m/s)	20	20	20	20		
v_y (m/s)	20	10	0	-10		

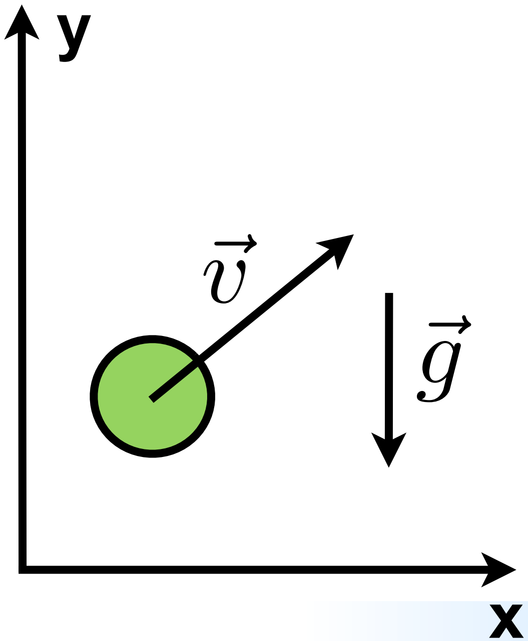
Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40	60	80	
y(m)	0	20	30	30	20	
v_x (m/s)	20	20	20	20	20	
v_y (m/s)	20	10	0	-10	-20	

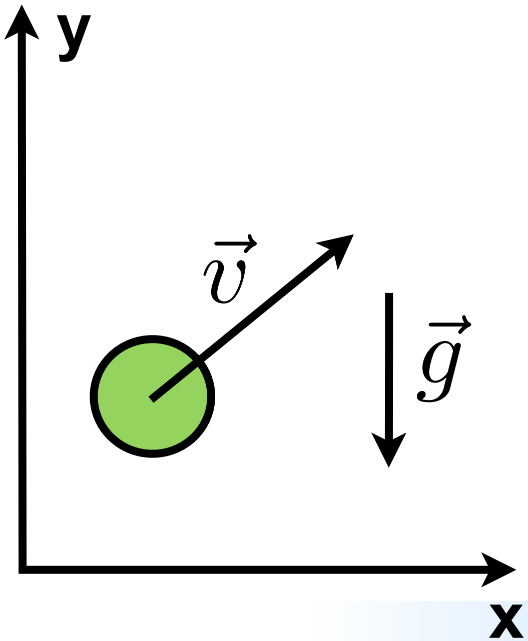
Application à la parabole

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

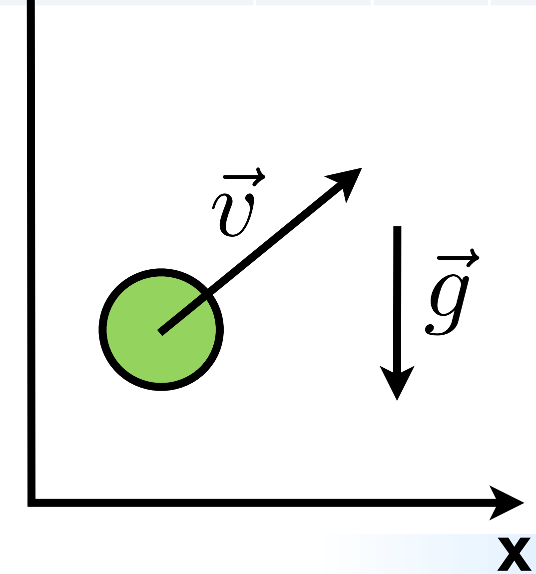
$$\vec{v}(t+\Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$

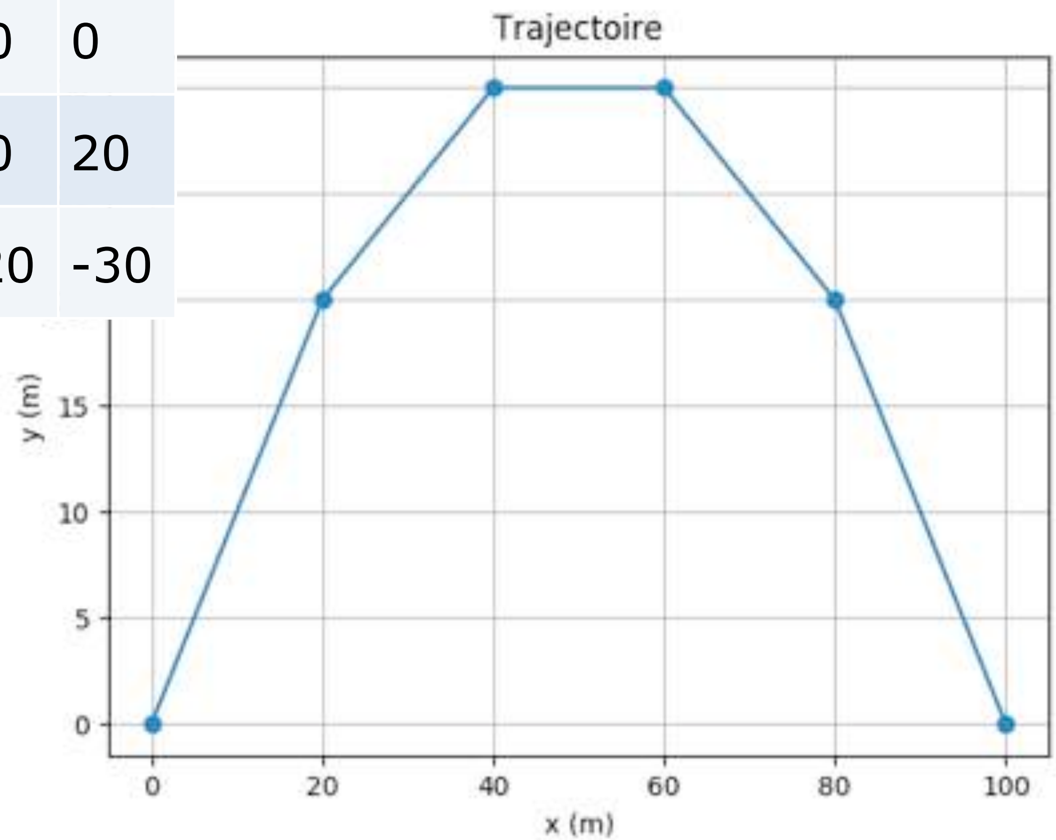


t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40	60	80	100
y(m)	0	20	30	30	20	0
v_x (m/s)	20	20	20	20	20	20
v_y (m/s)	20	10	0	-10	-20	-30

Application à la parabole

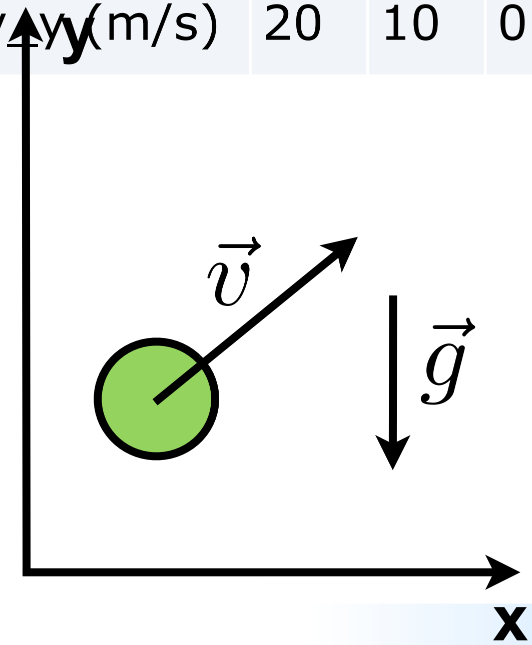
t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40	60	80	100
y(m)	0	20	30	30	20	0
v_x (m/s)	20	20	20	20	20	20
v_y (m/s)	20	10	0	-10	-20	-30

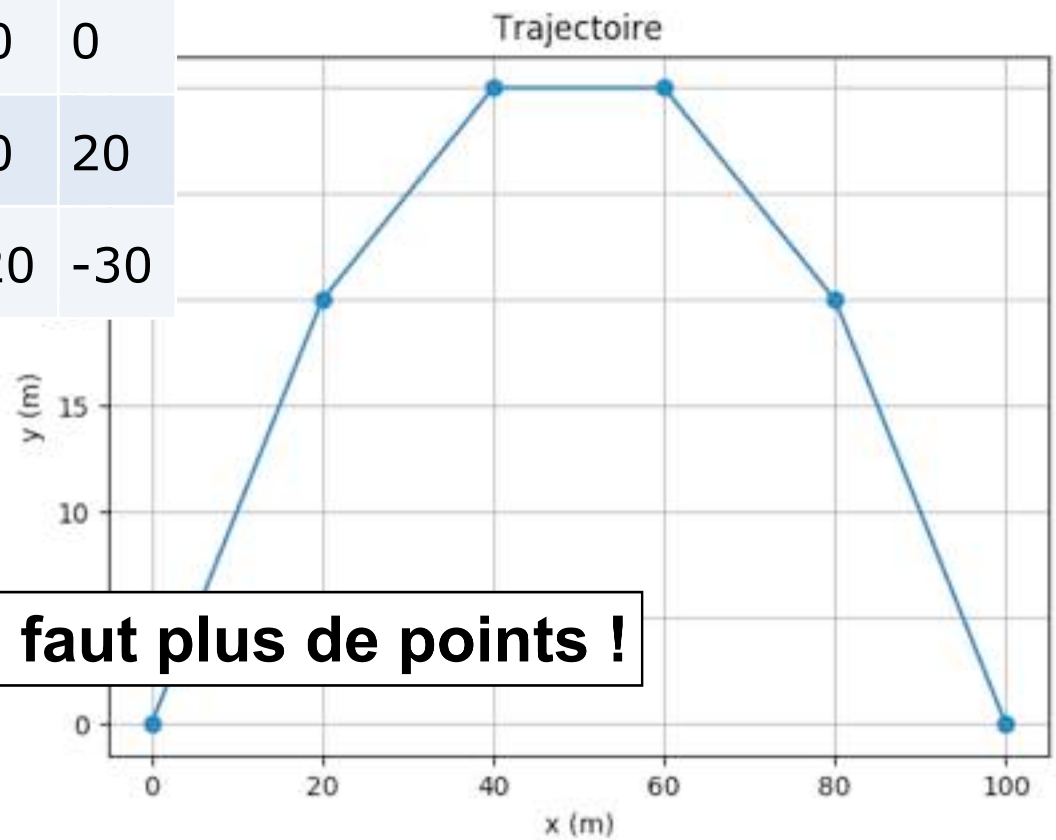




Application à la parabole

t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0	20	40	60	80	100
y(m)	0	20	30	30	20	0
v_x (m/s)	20	20	20	20	20	20
v_y (m/s)	20	10	0	-10	-20	-30





Il nous faut plus de points !

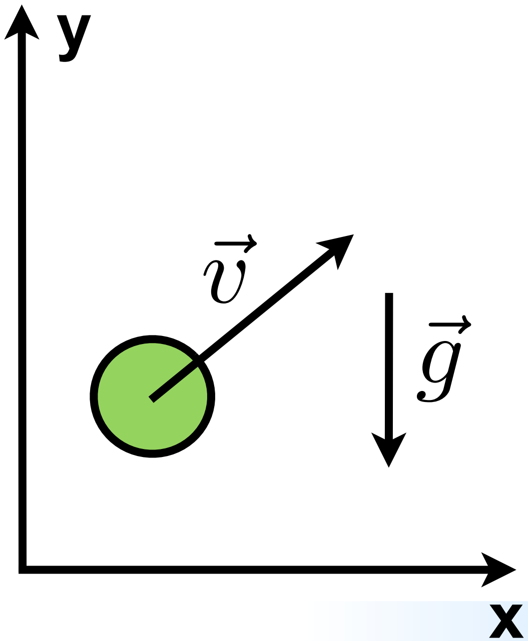
Comment Galilée a trouvé la parabole : passage à la limite

Première option : passage à la limite

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt}$$

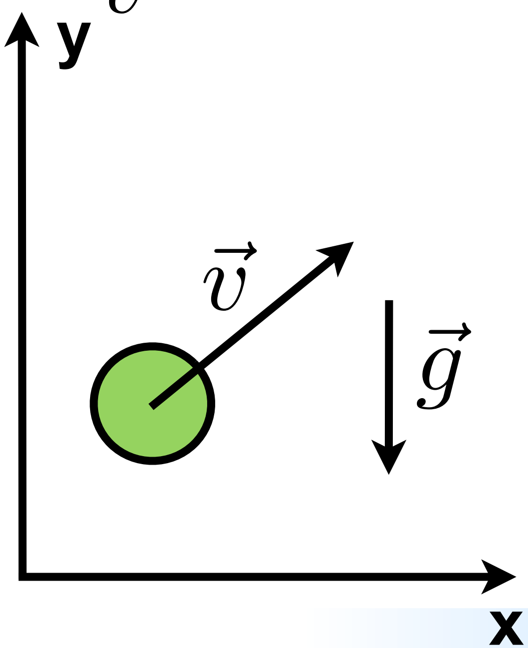
Opération mathématique : dérivée



Première option : passage à la limite

$$\vec{a} = \vec{g} \qquad\qquad \vec{a} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

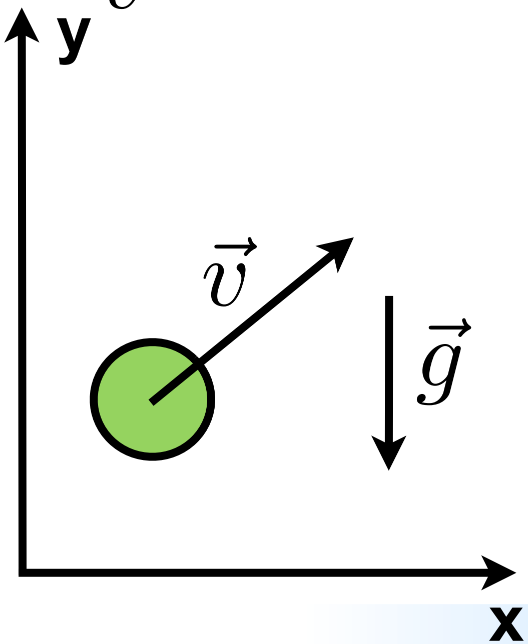


Première option : passage à la limite

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



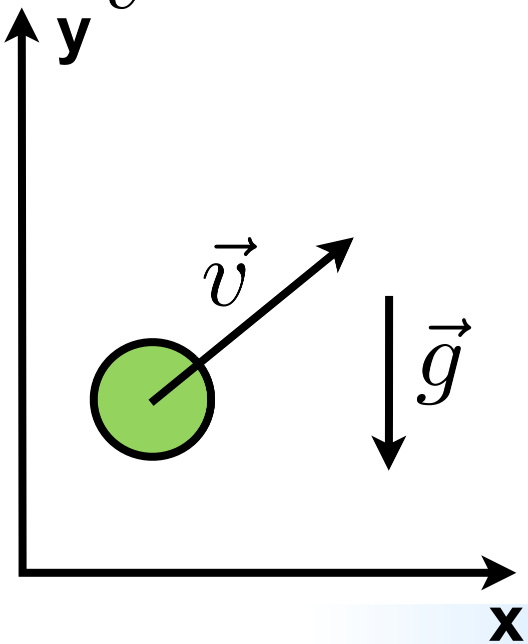
$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \vec{g}$$

Dérivée seconde

Première option : passage à la limite

$$\vec{a} = \vec{g} \qquad\qquad \vec{a} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{OM}(t+\Delta t) - \overrightarrow{OM}(t)}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \vec{g}$$

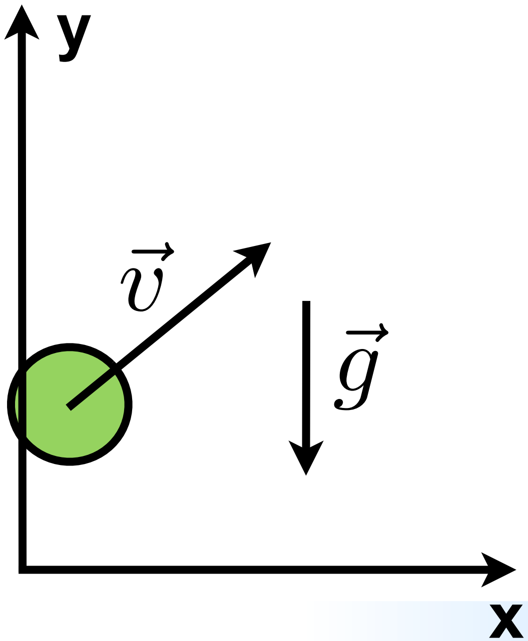
Equation différentielle vectorielle

Première option : passage à la limite

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \vec{g}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

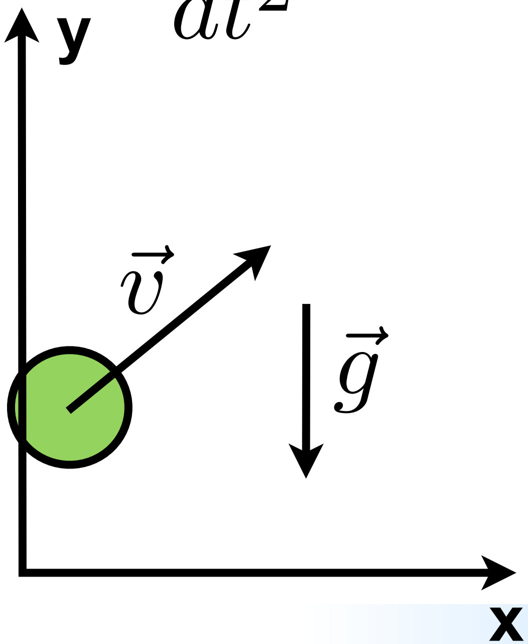
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$



Première option : passage à la limite

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$



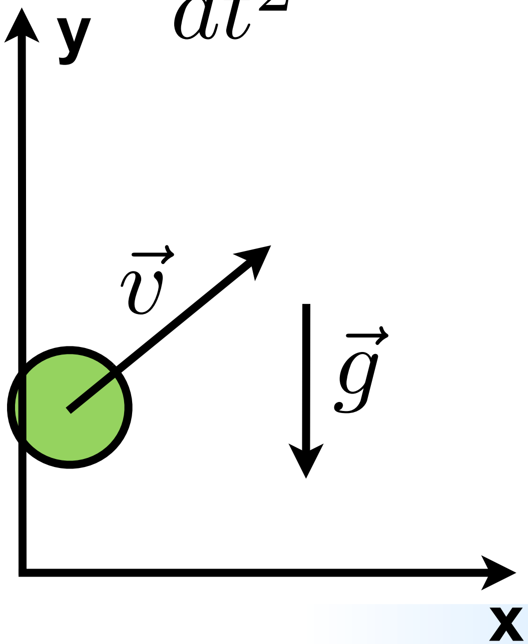
Première option : passage à la limite

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$$

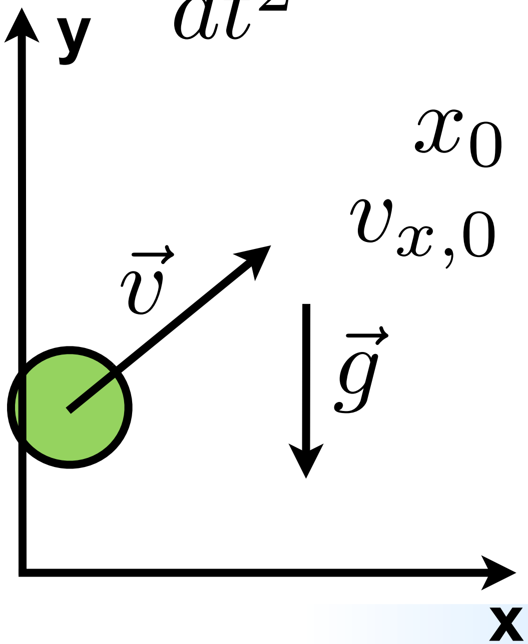


Conditions initiales

Première option : passage à la limite

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \qquad x(t) = x_0 + v_{x,0}t$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g \qquad y(t) = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$$



$$x_0 = y_0 = 0$$
$$v_{x,0} = v_{y,0} = 20 \text{ m/s}$$

Conditions initiales

$$y(x) = x - \frac{x^2}{80}$$

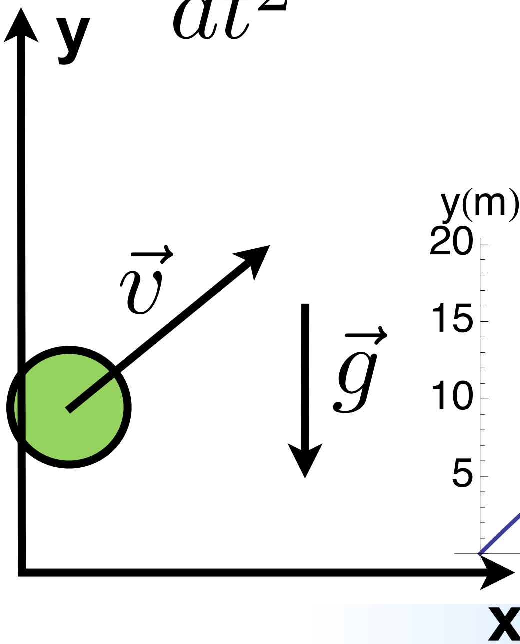
Première option : passage à la limite

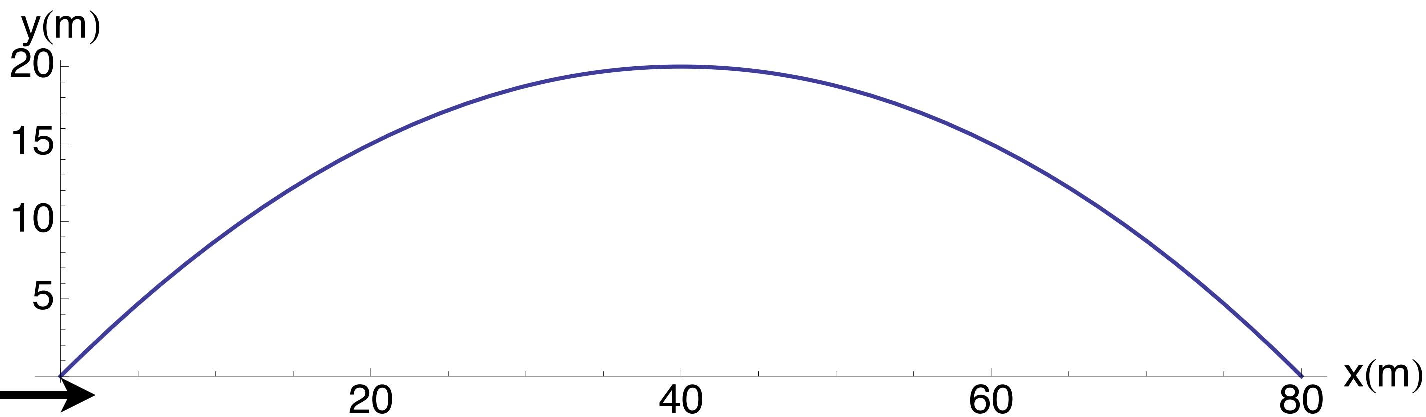
$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g$$

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2$$





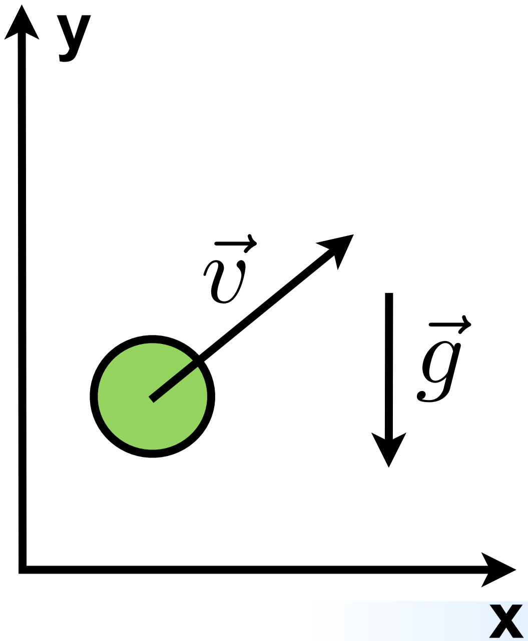
Deuxième option : ordinateur

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



t (s)	0	1	2	3	4	5
x(m)	0					
y(m)	0					
v_x (m/s)	20					
v_y (m/s)	20					

Deuxième option : ordinateur

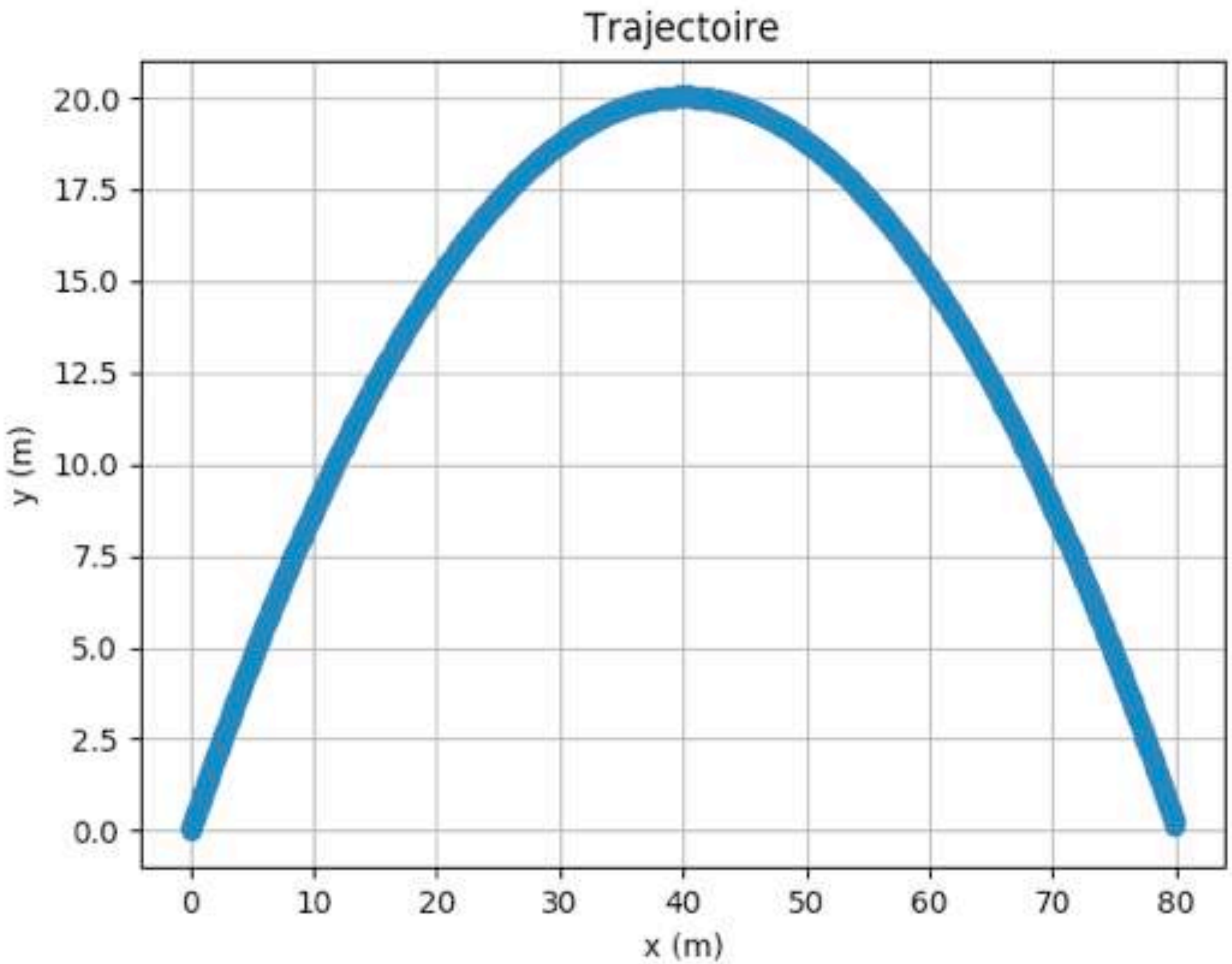
parabole.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as pypl
n = 1000#nombre de points
t = 4. #durée en s
tableaut = np.arange(0,t,t/n) #définition du tableau de variation du temps
tableaux = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position sel
tableauy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position sel
tableauvx = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse sel
tableauvy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse sel
tableauax = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération
tableauay = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération
tableaux[0] = 0.
tableauy[0] = 0.
tableauvx[0] = 20.
tableauvy[0] = 20. # conditions initiales
for i in range(n-1):
    tableauax[i] = 0. #calcul de l'accélération selon x grace au PFD
    tableauay[i] = - 10. #calcul de l'accélération selon y grace au PFD
    tableaux[i+1] = tableaux[i] + t * tableauvx[i] /n #calcul approché de la proc
    tableauy[i+1] = tableauy[i] + t * tableauvy[i] /n #calcul approché de la proc
    tableauvx[i+1] = tableauvx[i] + t * tableauax[i] /n #calcul approché de la pr
    tableauvy[i+1] = tableauvy[i] + t * tableauay[i] /n #calcul approché de la pr
pypl.plot(tableaux,tableauy,"o-")
pypl.title('Trajectoire')
pypl.xlabel('x (m)')
pypl.ylabel('y (m)')
pypl.grid(True)
pypl.savefig('parabole.pdf')
pypl.show()
```

Deuxième option : ordinateur

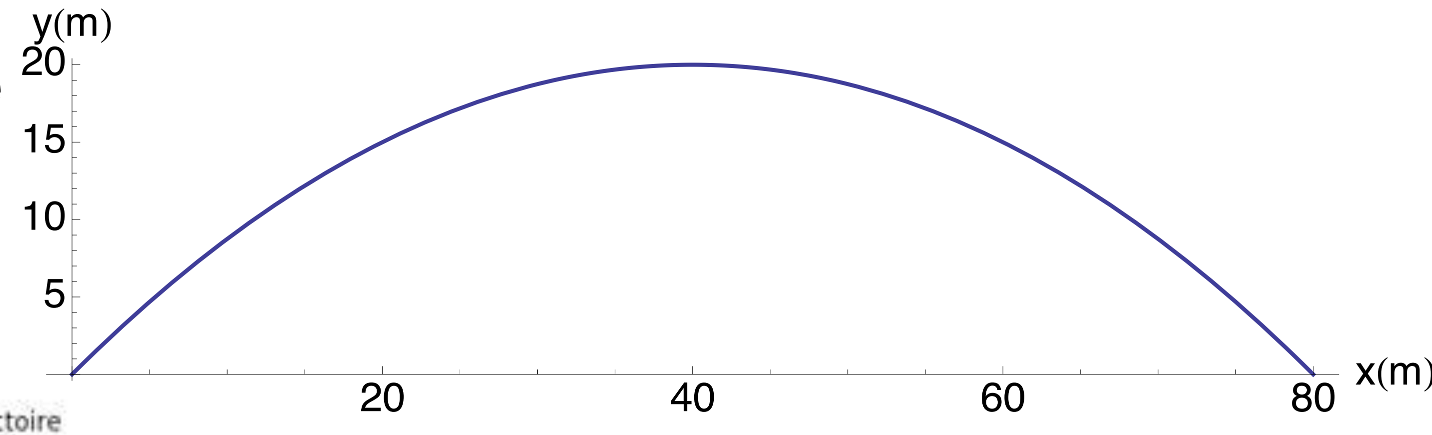
parabole.py

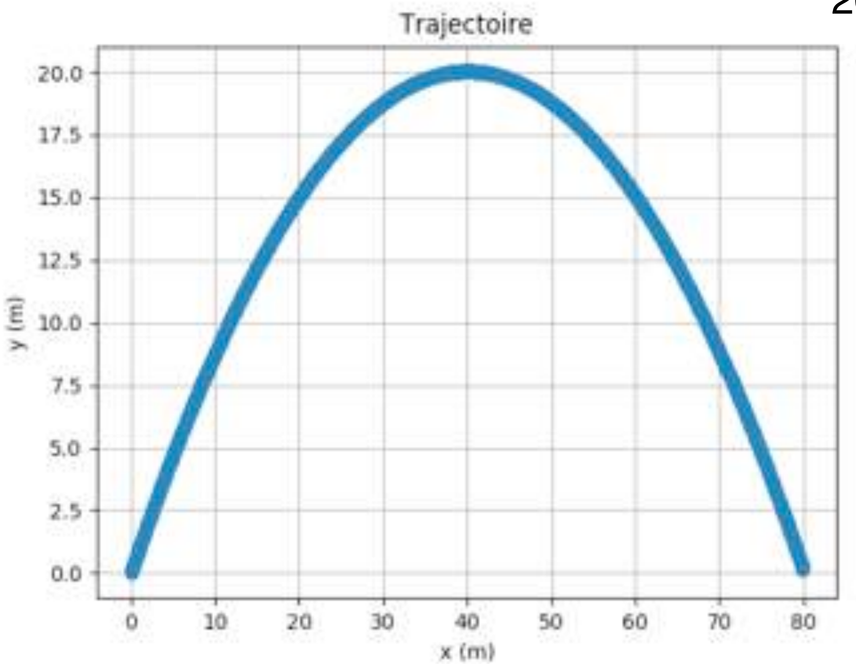
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as py
n = 1000#nombre de points
t = 4. #durée en s
tableaut = np.arange(0,t,t/n)
tableaux = np.arange(0,t,t/n)
tableauy = np.arange(0,t,t/n)
tableauvx = np.arange(0,t,t/n)
tableauvy = np.arange(0,t,t/n)
tableauax = np.arange(0,t,t/n)
tableauay = np.arange(0,t,t/n)
tableaux[0] = 0.
tableauy[0] = 0.
tableauvx[0] = 20.
tableauvy[0] = 20. # conditior
for i in range(n-1):
    tableauax[i] = 0. #calcul
    tableauay[i] = - 10. #calc
    tableaux[i+1] = tableaux[i
    tableauy[i+1] = tableauy[i
    tableauvx[i+1] = tableauvx
    tableauvy[i+1] = tableauvy
pypl.plot(tableaux,tableauy,"c
pypl.title('Trajectoire')
pypl.xlabel('x (m)')
pypl.ylabel('y (m)')
pypl.grid(True)
pypl.savefig('parabole.pdf')
pypl.show()
```



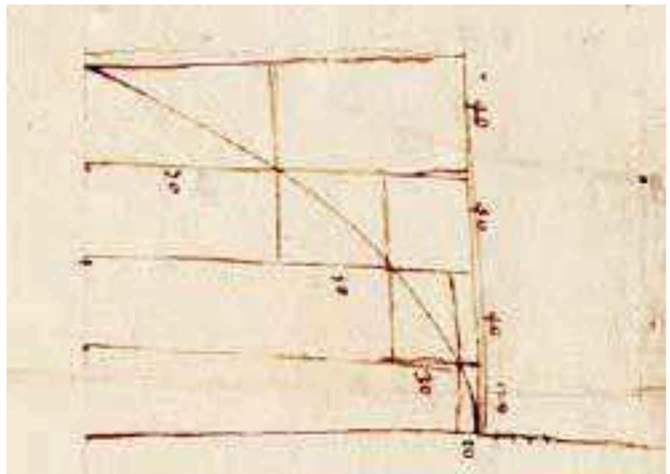
Premiers résultats chute libre

Solution exacte



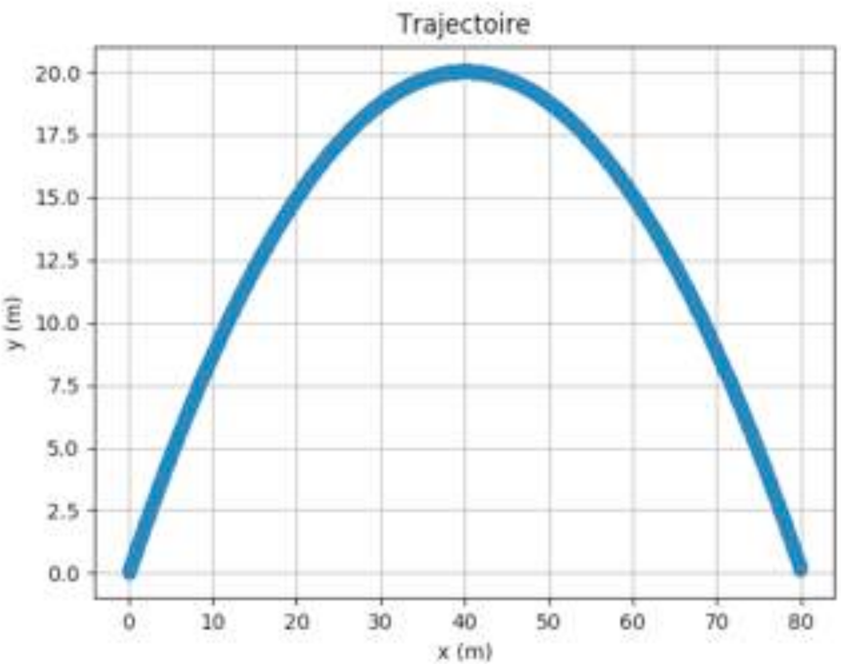


Solutions approchées

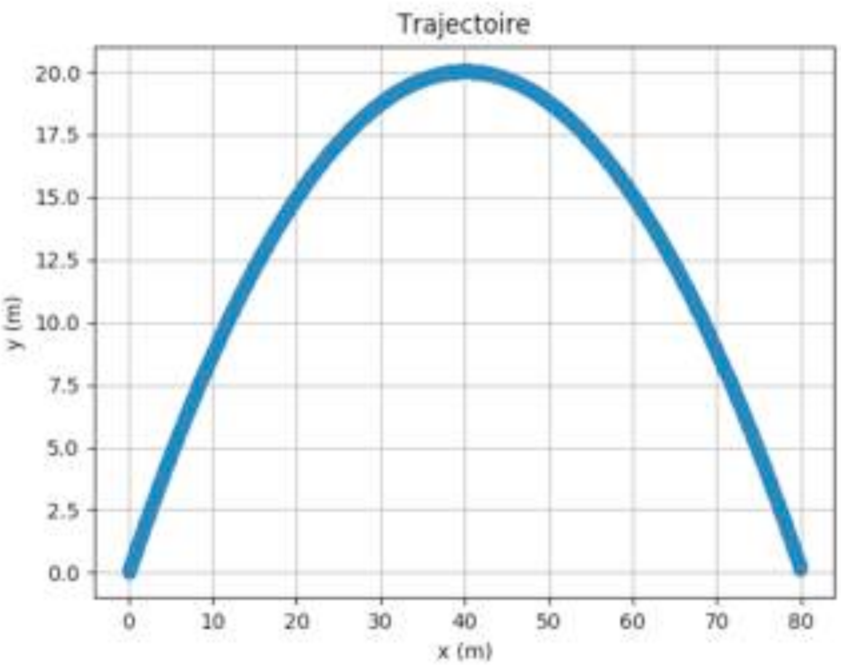


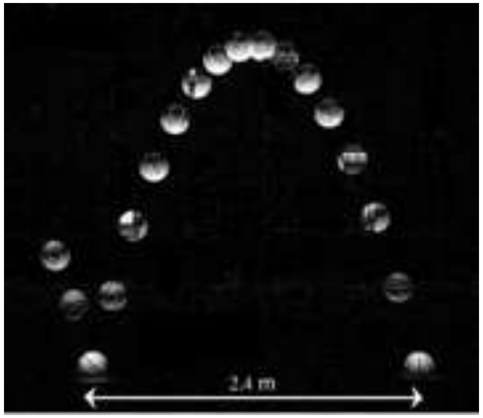
Résolution numérique d'équations différentielles

Confrontation aux expériences



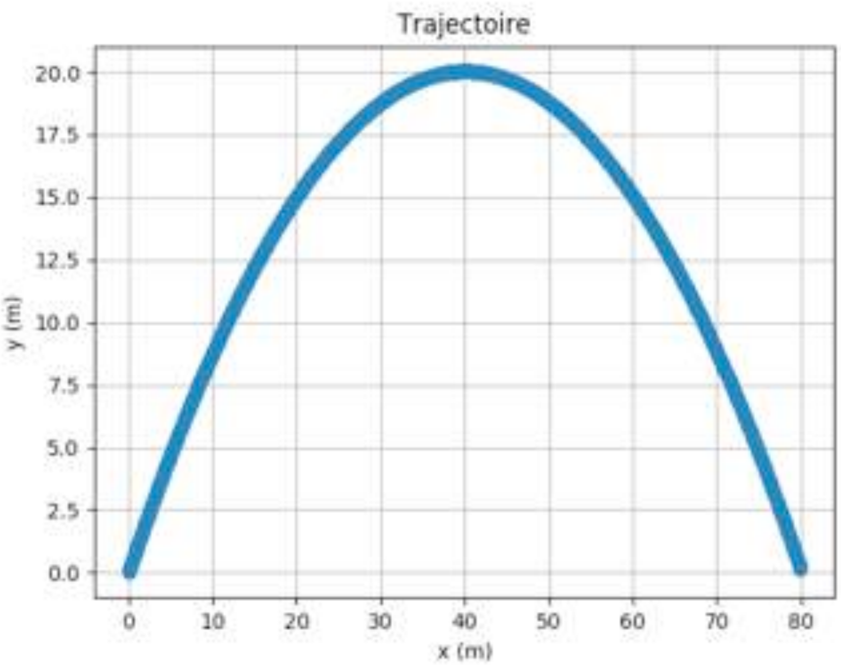
Confrontation aux expériences

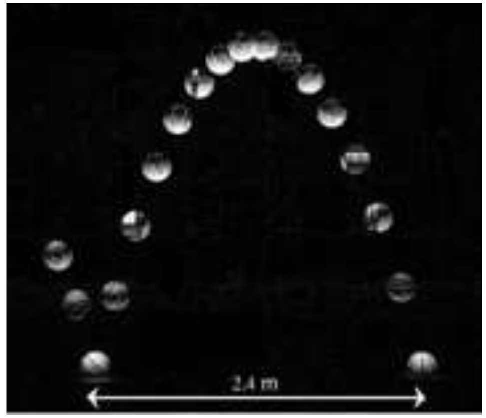




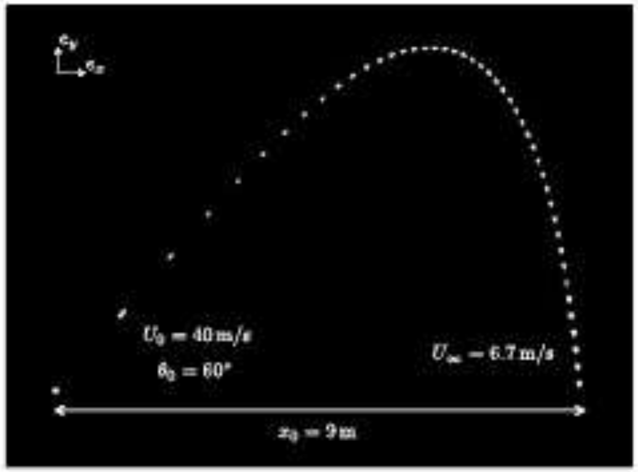
Basket : OK

Confrontation aux expériences





Basket : OK



Badminton : doit mieux faire

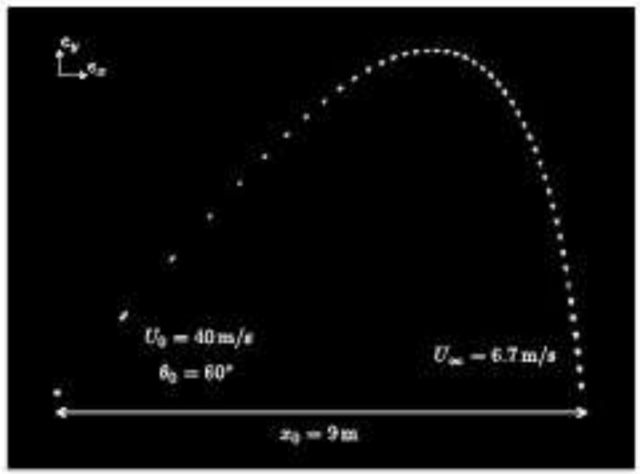
Le volant de badminton

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} = \vec{g}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$



Badminton : doit mieux faire

Le volant de badminton

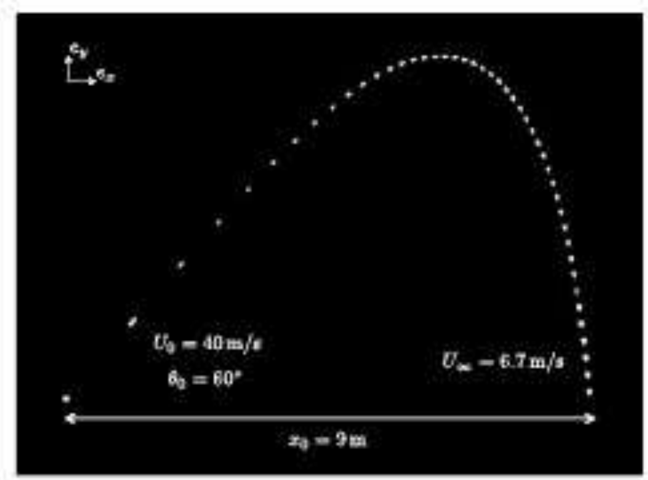
$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cancel{= \vec{g}}$$

$$g \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \vec{v}\Delta t$$

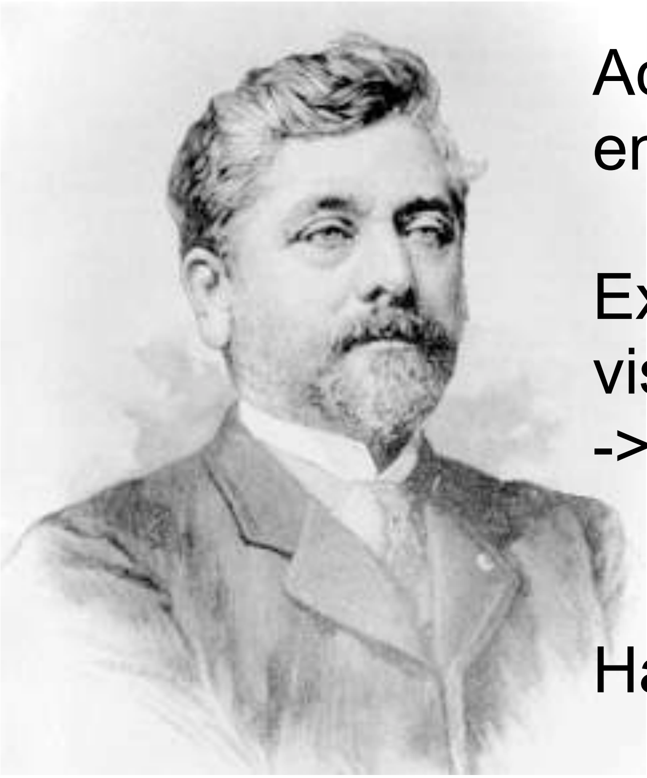
$$\vec{v}(t + \Delta t) = \vec{v}(t) + \vec{a}\Delta t$$

Forces : poids + trainée



Badminton : doit mieux faire

La force de trainée



Action de l’atmosphère (fluide) sur un mobile en mouvement : opposée à la vitesse

Expression dépend du fluide (plus ou moins visqueux), du mobile (taille) et de la vitesse
-> Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{Dv}{\nu} \sim \frac{0,1 \times 10}{10^{-4}} \sim 10^4$$

Haut nombre de Reynolds :

$$F_t = \frac{1}{2} C_d \rho S v^2$$

La force de trainée : conséquences

$$F_t = \frac{1}{2} C_d \rho S v^2$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Si trainée compense poids : accélération nulle donc vitesse constante v_{lim}

$$\frac{1}{2} C_d \rho S v_{lim}^2 = mg$$

La force de trainée : conséquences

$$F_t = \frac{1}{2} C_d \rho S v^2$$

Si trainée compense poids : accélération nulle donc vitesse constante v_{lim}

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

$$\frac{1}{2} C_d \rho S v_{lim}^2 = mg$$

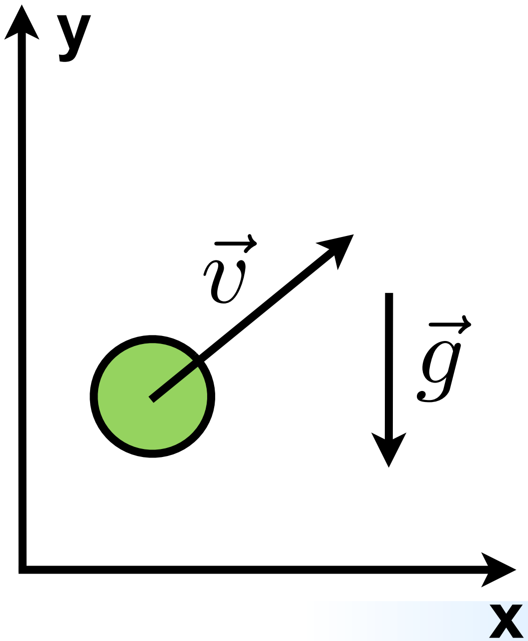
$$v_{lim} = \sqrt{\frac{2mg}{C_d \rho S}}$$

$$F_t = mg \frac{v^2}{v_{lim}^2}$$

La force de trainée : conséquences

$$F_t = mg\frac{v^2}{v_{lim}^2}$$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$



Si trainée compense poids : accélération nulle donc vitesse constante v_{lim}

$$\frac{1}{2}C_d\rho S v_{lim}^2 = mg$$

PFD s'écrit alors :

$$\vec{a} = g\left(-\vec{u}_y - \frac{v^2}{v_{lim}^2}\vec{u}_v\right)$$

La force de trainée : conséquences

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\left(1 + \frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dy}{dt}\right)$$

La force de trainée : conséquences

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\left(1 + \frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dy}{dt}\right)$$

La force de trainée : conséquences

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\left(1 + \frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dy}{dt}\right)$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

La force de trainée : conséquences

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\frac{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}}{v_{lim}^2}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\left(1 + \frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dy}{dt}\right)$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

Equations différentielles couplées et non linéaires !

La force de trainée : conséquences

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g\frac{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}}{v_{lim}^2}\frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g\left(1+\frac{v}{v_{lim}^2}\frac{dy}{dt}\right)$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

Equations différentielles couplées et non linéaires !

Deuxième option : ordinateur

parabole.py

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as pypl
n = 1000#nombre de points
t = 4. #durée en s
tableaut = np.arange(0,t,t/n) #définition du tableau de variation du temps
tableaux = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position sel
tableauy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position sel
tableauvx = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse sel
tableauvy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse sel
tableauax = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération
tableauay = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération
tableaux[0] = 0.
tableauy[0] = 0.
tableauvx[0] = 20.
tableauvy[0] = 20. # conditions initiales
for i in range(n-1):
    tableauax[i] = 0. #calcul de l'accélération selon x grace au PFD
    tableauay[i] = - 10. #calcul de l'accélération selon y grace au PFD
    tableaux[i+1] = tableaux[i] + t * tableauvx[i] /n #calcul approché de la proc
    tableauy[i+1] = tableauy[i] + t * tableauvy[i] /n #calcul approché de la proc
    tableauvx[i+1] = tableauvx[i] + t * tableauax[i] /n #calcul approché de la pr
    tableauvy[i+1] = tableauvy[i] + t * tableauay[i] /n #calcul approché de la pr
pypl.plot(tableaux,tableauy,"o-")
pypl.title('Trajectoire')
pypl.xlabel('x (m)')
pypl.ylabel('y (m)')
pypl.grid(True)
pypl.savefig('parabole.pdf')
pypl.show()
```

Deuxième option : ordinateur

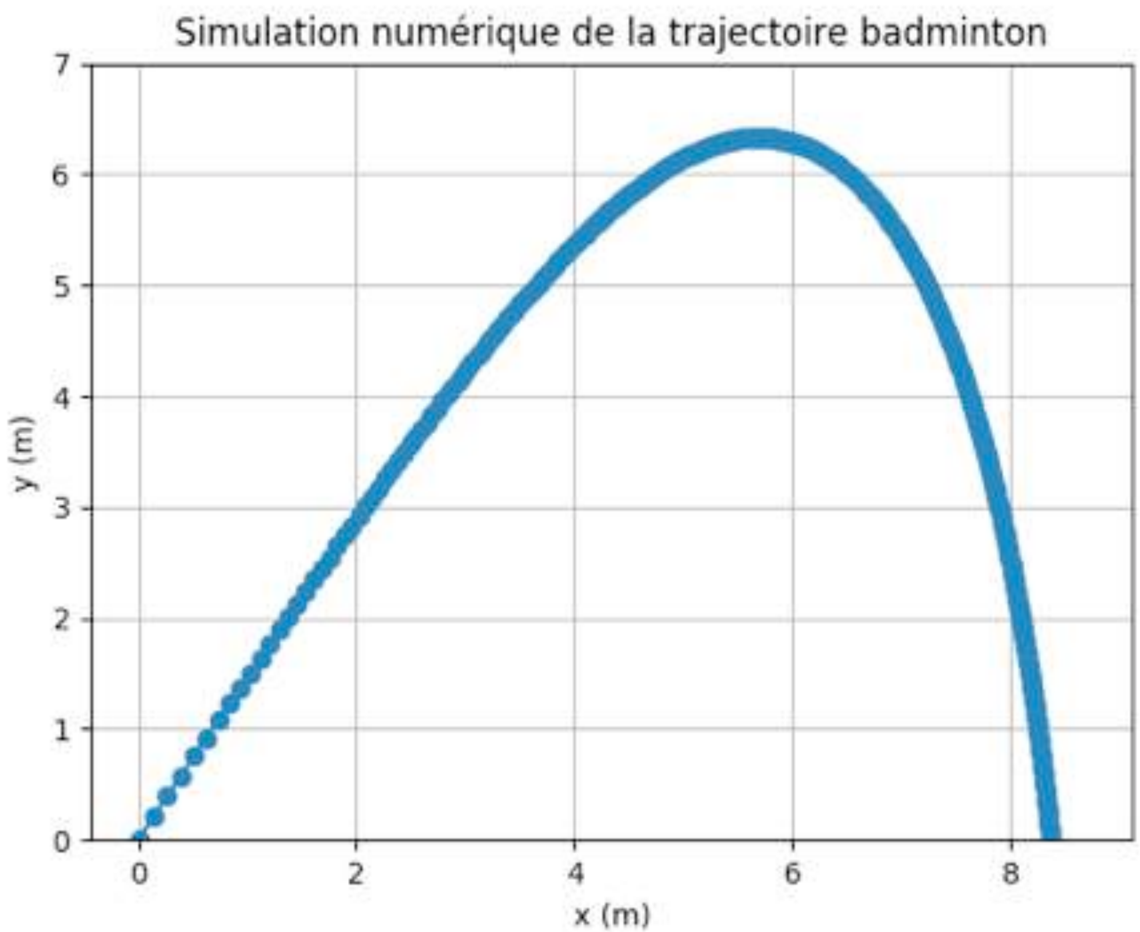
parabole_frottements.py

```python
import matplotlib.pyplot as pypl
n = 500 #nombre de points
t = 3 #durée en s
g = 9.8 #accélération de la pesanteur
v_lim = 6.7 #vitesse limite mesurée
tableaut = np.arange(0,t,t/n) #définition du tableau de variation du temps
tableaux = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position selon x
tableauy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la position selon y
tableauvx = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse selon x
tableauvy = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de la vitesse selon y
tableauax = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération selon x
tableauay = np.arange(0,t,t/n) #définition de celui des valeurs de l'accélération selon y
tableaux[0] = 0.
tableauy[0] = 0.
tableauvx[0] = 23.
tableauvy[0] = 34. # conditions initiales
for i in range(n-1):
    v = np.sqrt(tableauvx[i] * tableauvx[i] + tableauvy[i] * tableauvy[i])
    tableauax[i] = - g * v * tableauvx[i] / (v_lim*v_lim) #calcul de l'accélération selon x gr
    tableauay[i] = - g - g * v * tableauvy[i] / (v_lim*v_lim) #calcul de l'accélération selon
    tableaux[i+1] = tableaux[i] + t * tableauvx[i] /n #calcul approché de la prochaine valeur
    tableauy[i+1] = tableauy[i] + t * tableauvy[i] /n #calcul approché de la prochaine valeur
    tableauvx[i+1] = tableauvx[i] + t * tableauax[i] /n #calcul approché de la prochaine valeu
    tableauvy[i+1] = tableauvy[i] + t * tableauay[i] /n #calcul approché de la prochaine valeu
pypl.plot(tableaux,tableauy,"o-")
pypl.title('Simulation numérique de la trajectoire badminton')
pypl.xlabel('x (m)')
pypl.ylabel('y (m)')
pypl.grid(True)
pypl.ylim(0,7)
pypl.savefig('parabole_frottements.pdf')
pypl.show()
```

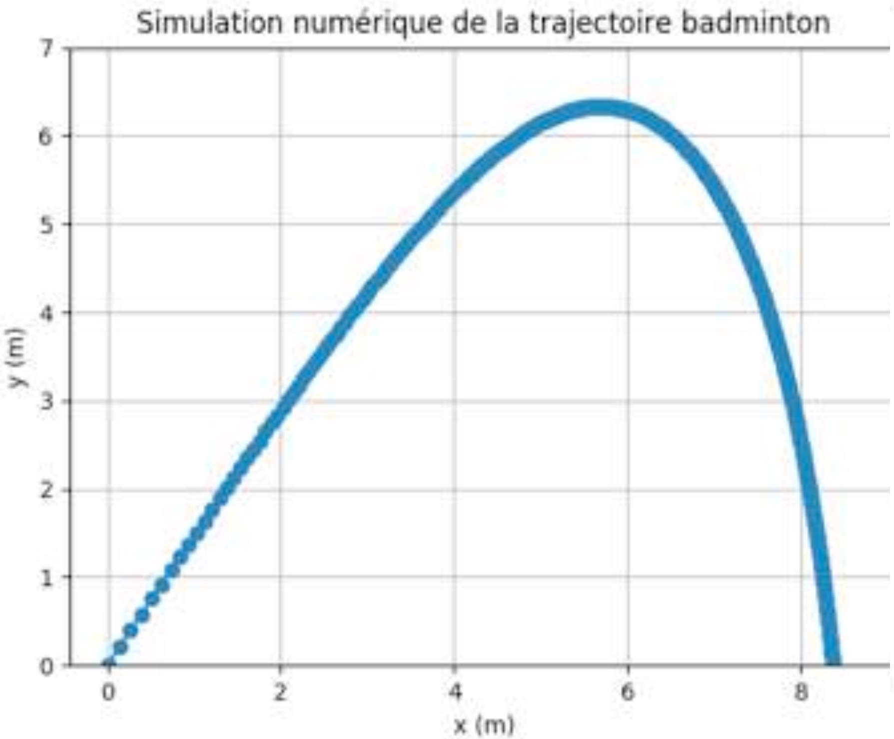
Deuxième option : ordinateur

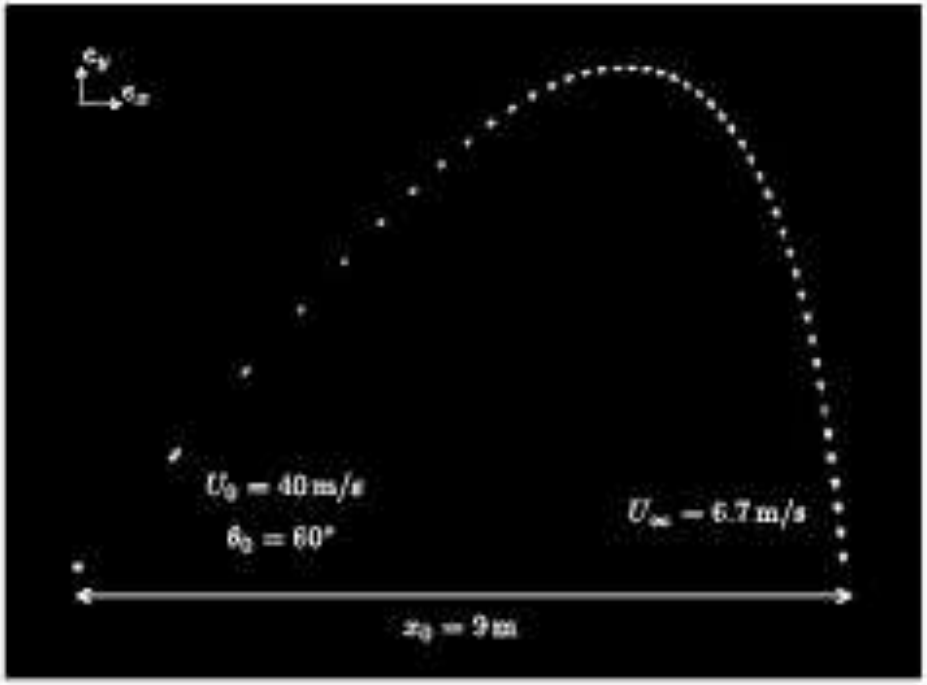
parabole_frottements.py

```
import matplotlib.pyplot as pypl
n = 500 #nombre de points
t = 3 #durée en s
g = 9.8 #accélération de la pesanteur
v_lim = 6.7 #vitesse limite mesurée
tableaut = np.arange(0,t,t/n) #définitio
tableaux = np.arange(0,t,t/n) #définitio
tableauy = np.arange(0,t,t/n) #définitio
tableauvx = np.arange(0,t,t/n) #définiti
tableauvy = np.arange(0,t,t/n) #définiti
tableauax = np.arange(0,t,t/n) #définiti
tableauay = np.arange(0,t,t/n) #définiti
tableaux[0] = 0.
tableauy[0] = 0.
tableauvx[0] = 23.
tableauvy[0] = 34. # conditions initiale
for i in range(n-1):
    v = np.sqrt(tableauvx[i] * tableauvx
    tableauax[i] = - g * v * tableauvx[i
    tableauay[i] = - g - g * v * tableau
    tableaux[i+1] = tableaux[i] + t * ta
    tableauy[i+1] = tableauy[i] + t * ta
    tableauvx[i+1] = tableauvx[i] + t *
    tableauvy[i+1] = tableauvy[i] + t *
pypl.plot(tableaux,tableauy,"o-")
pypl.title('Simulation numérique de la t
pypl.xlabel('x (m)')
pypl.ylabel('y (m)')
pypl.grid(True)
pypl.ylim(0,7)
pypl.savefig('parabole_frottements.pdf')
pypl.show()
```



Deuxième option : ordinateur





Modèle et approche numérique validés !

Résultats expérimentaux

Détermination de la portée maximale

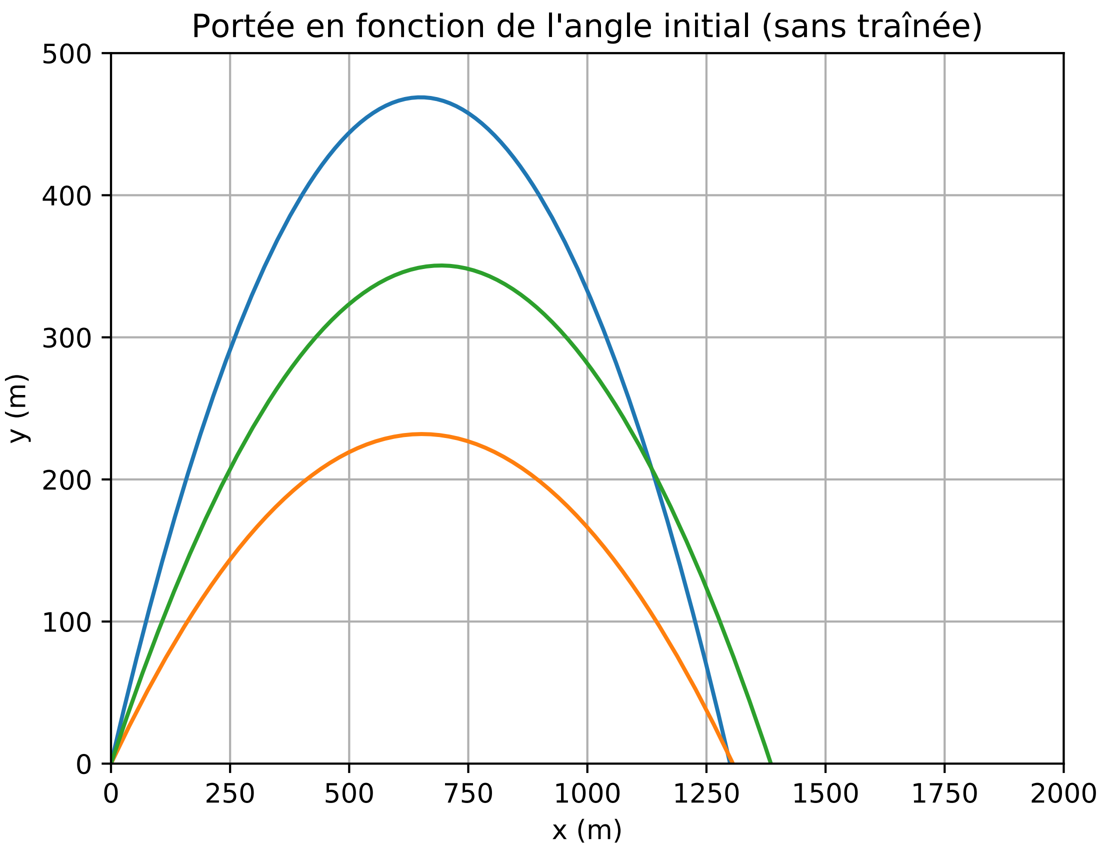
Deux paramètres à déterminer :

- vitesse initiale maximale (CI) : records

- vitesse limite : mesurée en soufflerie

Détermination de la portée maximale

Volant de badminton :
- vitesse initiale maximale : 117 m/s
- vitesse limite : 6,7 m/s

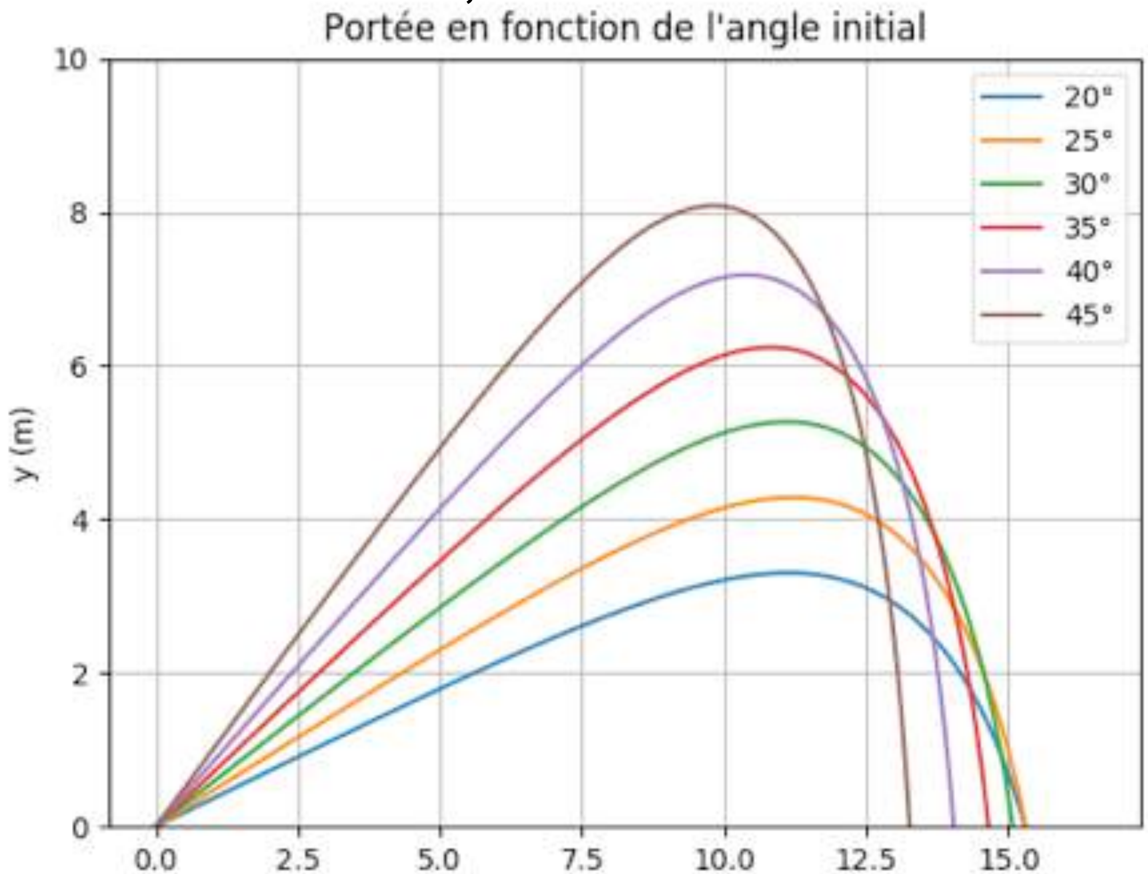


Angle optimal = 45°

portée ~ 1500 m

Détermination de la portée maximale

Volant de badminton :
- vitesse initiale maximale : 117 m/s
- vitesse limite : 6,7 m/s



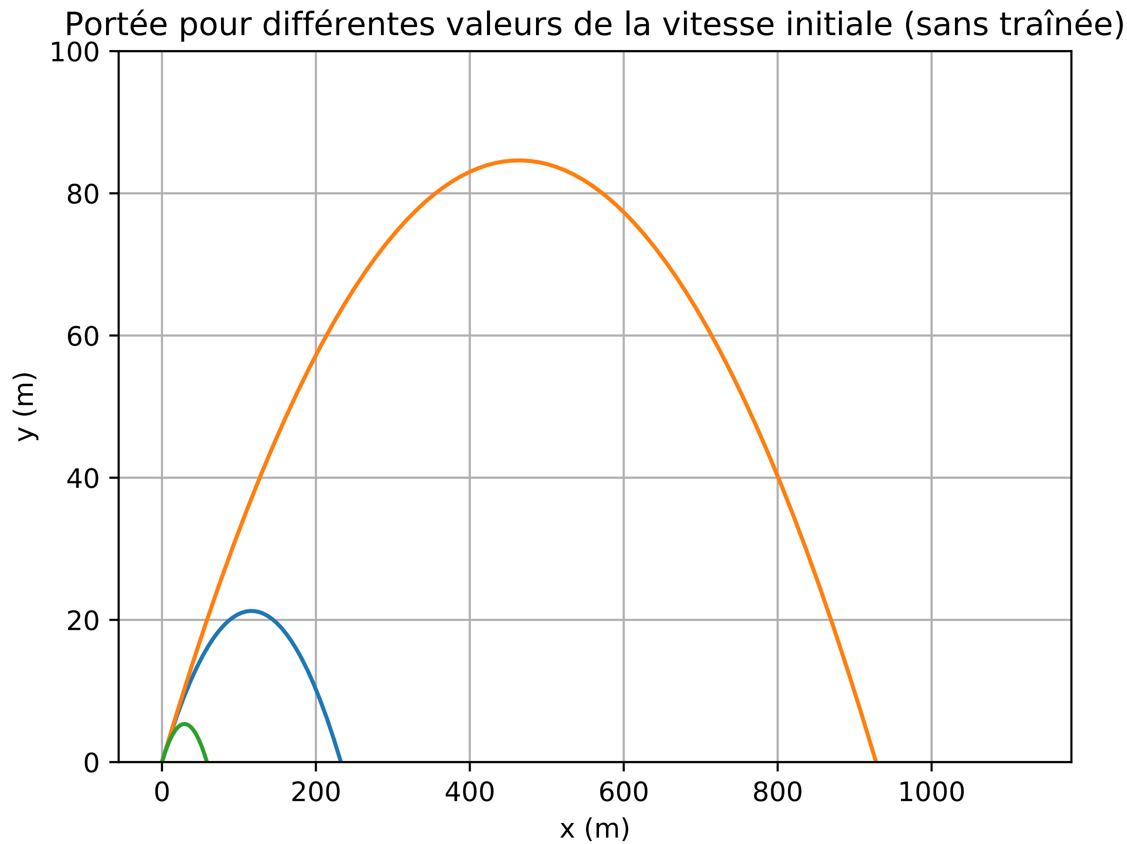
Angle optimal < 45°

portée ~ 15 m

Détermination de la portée maximale

Volant de badminton :
- vitesse initiale maximale : 117 m/s
- vitesse limite : 6,7 m/s

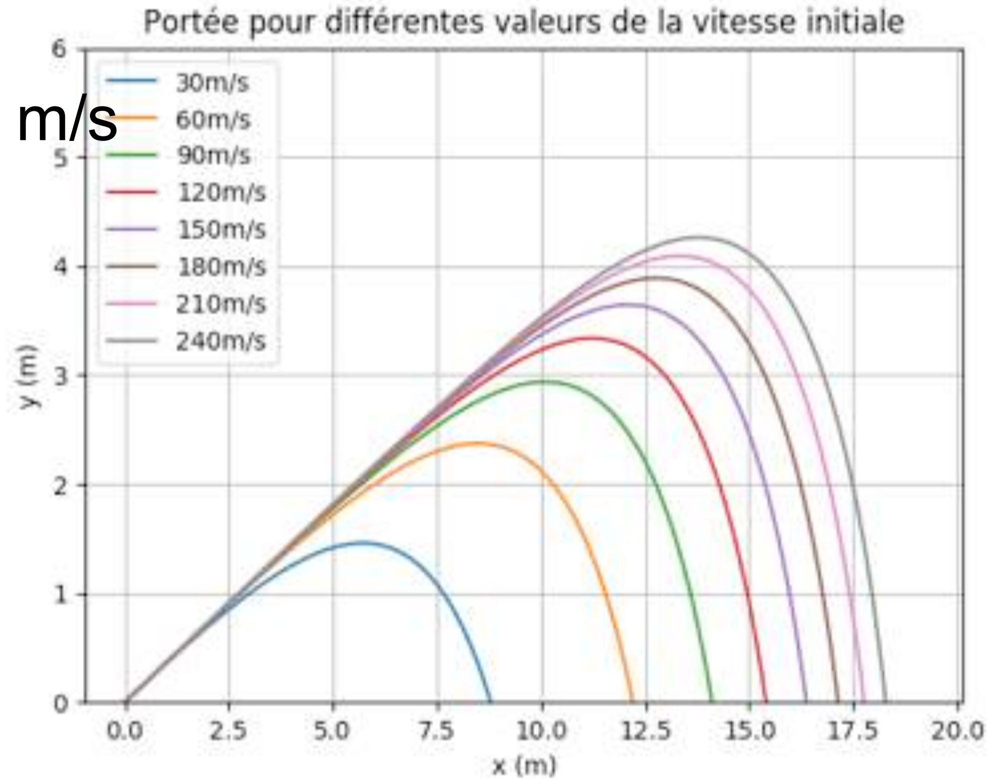
Sans traînée :
portée proportionnelle au carré de la vitesse



Détermination de la portée maximale

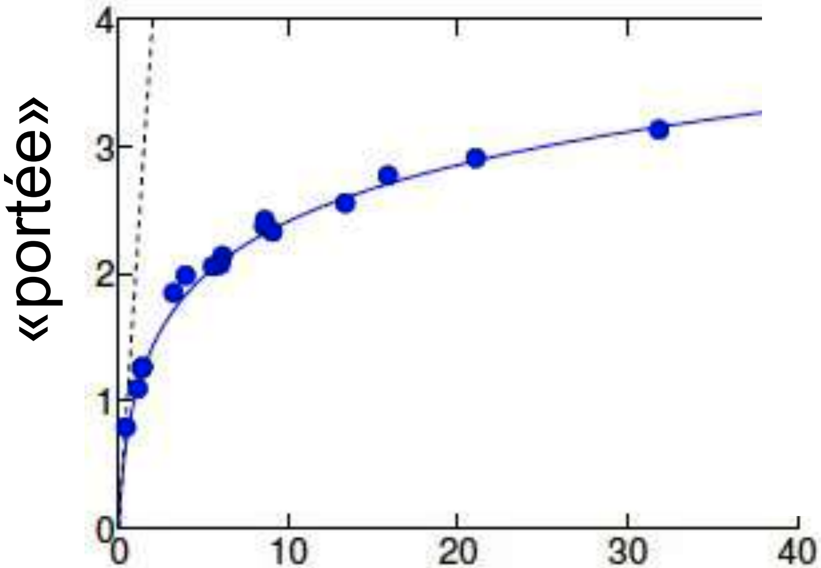
Volant de badminton :

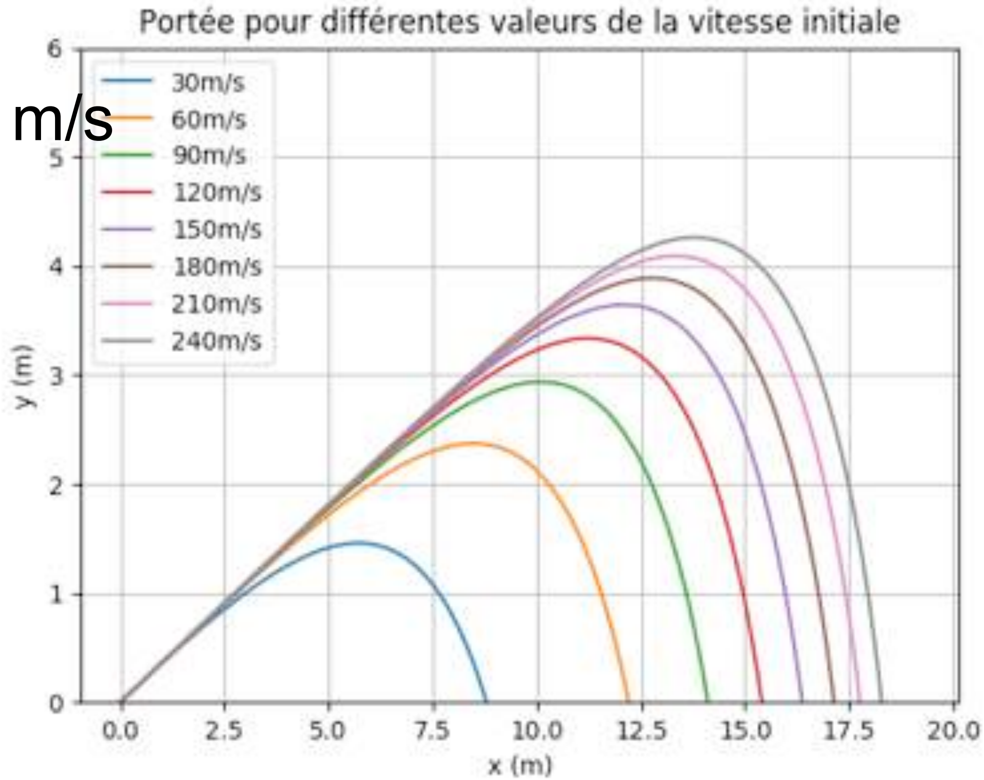
- vitesse initiale maximale : 117 m/s
- vitesse limite : 6,7 m/s



Détermination de la portée maximale

Volant de badminton :
- vitesse initiale maximale : 117 m/s
- vitesse limite : 6,7 m/s





Portée peu sensible à vitesse initiale : mur aérodynamique

Et pour les autres sports ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} ($\mathrm{m\,s^{-1}}$)	U_{∞} ($\mathrm{m\,s^{-1}}$)	$Re = 2RU_{\infty}/\nu$	C_D	(U_{max}/U_{∞})	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Badminton	6.0	5	13.4	137	6.7	3e + 04	0.64	20.4	4.6	22.1	14
Tennis	6.5	55	24	73	22	1e + 05	0.56	3.32	49.3	31.3	67
Table tennis	4.0	2.5	2.70	32	10	3e + 04	0.36	3.20	9.2	31.5	12
Squash	4.0	24	9.75	78	34	9e + 04	0.30	2.31	106	34.0	113
Jai alai	6.5	120	54.0	83	41	2e + 05	0.38	2.01	159	35.1	152
Golf	4.2	45	225	91	48	1e + 05	0.23	1.90	235	35.6	214
Volleyball	21	210	18	37	20	3e + 05	0.25	1.85	40.4	35.8	36
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75
Softball	9.7	190	76	47	33	2e + 05	0.38	1.42	113	37.9	80
Baseball	7.0	145	110	54	40	2e + 05	0.38	1.35	165	38.3	111
Lacrosse	6.3	143	100	50	48	2e + 05	0.35	1.04	215	40.1	110
Handball	19	450	40	27	36	5e + 05	0.20	0.75	132	41.9	45
Basketball	24	650	28	16	31	5e + 05	0.24	0.52	99.8	43.3	20

Résultats tirés de :
On the size of sport fields, Darbois-Texier *et al.*, New Journal of Physics (2014)

Et pour les autres sports ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} (m s^{-1})	U_∞ (m s^{-1})	$Re = 2RU_\infty/\nu$	C_D	(U_{max}/U_∞)	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Badminton	6.0	5	13.4	137	6.7	3e + 04	0.64	20.4	4.6	22.1	14
Tennis	6.5	55	24	73	22	1e + 05	0.56	3.32	49.3	31.3	67
Table tennis	4.0	2.5	2.70	32	10	3e + 04	0.36	3.20	9.2	31.5	12
Squash	4.0	24	9.75	78	34	9e + 04	0.30	2.31	106	34.0	113
Jai alai	6.5	120	54.0	83	41	2e + 05	0.38	2.01	159	35.1	152
Golf	4.2	45	225	91	48	1e + 05	0.23	1.90	235	35.6	214
Volleyball	21	210	18	37	20	3e + 05	0.25	1.85	40.4	35.8	36
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75
Softball	9.7	190	76	47	33	2e + 05	0.38	1.42	113	37.9	80
Baseball	7.0	145	110	54	40	2e + 05	0.38	1.35	165	38.3	111
Lacrosse	6.3	143	100	50	48	2e + 05	0.35	1.04	215	40.1	110
Handball	19	450	40	27	36	5e + 05	0.20	0.75	132	41.9	45
Basketball	24	650	28	16	31	5e + 05	0.24	0.52	99.8	43.3	20

Vitesse initiale maximale

Vitesse limite

Et pour les autres sports ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} (m s^{-1})	U_{∞} (m s^{-1})	$Re = 2RU_{\infty}/\nu$	C_D	(U_{max}/U_{∞})	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Badminton	6.0	5	13.4	137	6.7	3e + 04	0.64	20.4	4.6	22.1	14
Tennis	6.5	55	24	73	22	1e + 05	0.56	3.32	49.3	31.3	67
Table tennis	4.0	2.5	2.70	32	10	3e + 04	0.36	3.20	9.2	31.5	12
Squash	4.0	24	9.75	78	34	9e + 04	0.30	2.31	10[illegible]	34.0	113
Jai alai	6.5	120	54.0	83	41	2e + 05	0.38	2.01	1[illegible]9	35.1	152
Golf	4.2	45	225	91	48	1e + 05	0.23	1.90	235	35.6	214
Volleyball	21	210	18	37	20	3e + 05	0.25	1.85	40.4	35.8	36
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75
Softball	9.7	190	76	47	33	2e + 05	0.38	1.42	113	37.9	80
Baseball	7.0	145	110	54	40	2e + 05	0.38	1.35	165	38.3	111
Lacrosse	6.3	143	100	50	48	2e + 05	0.35	1.04	215	40.1	110
Handball	19	450	40	27	36	5e + 05	0.20	0.[illegible]5	132	41.9	45
Basketball	24	650	28	16	31	5e + 05	0.24	0.52	99.8	43.3	20

Angle optimal

Portée

lundi 20 janvier 20

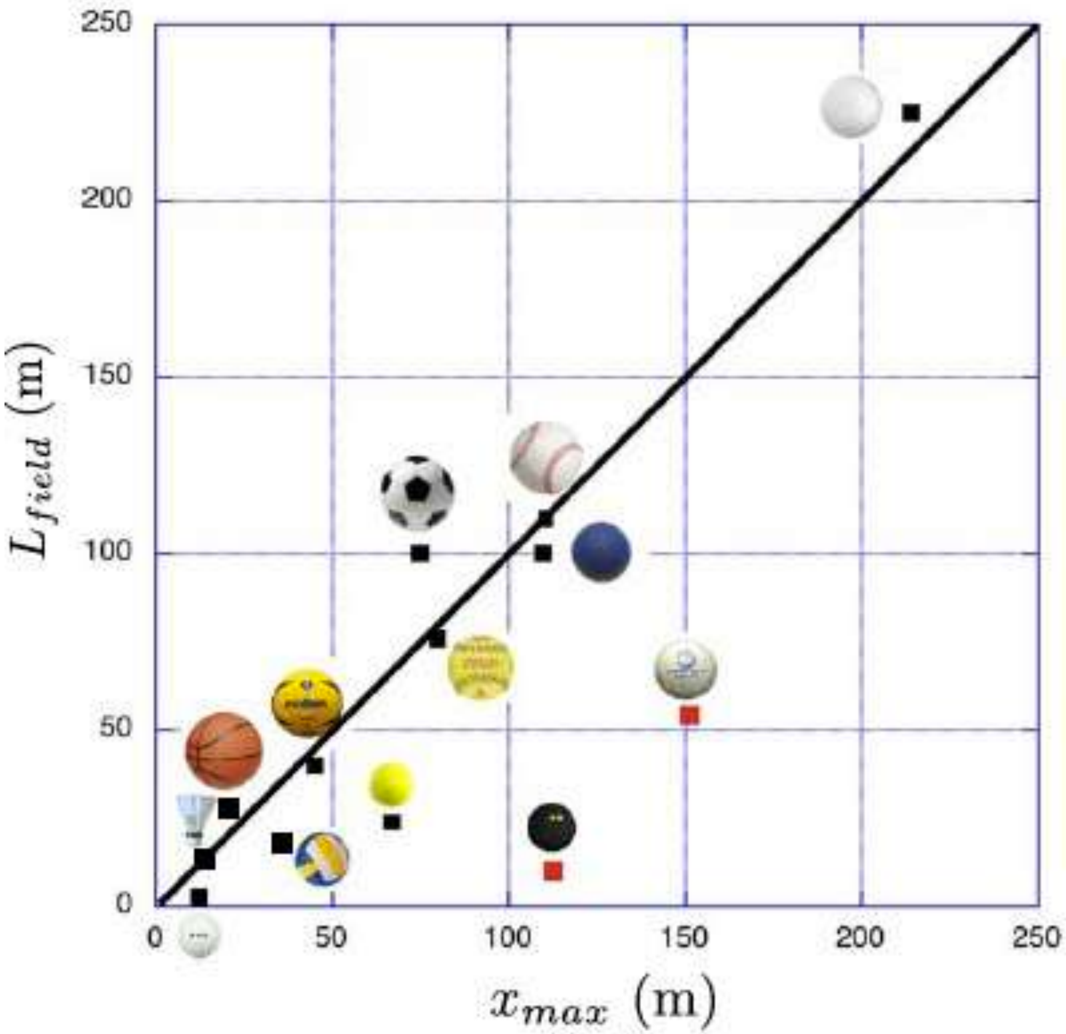
Et pour les autres sports ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} (m s^{-1})	U_∞ (m s^{-1})	$Re = 2RU_\infty/\nu$	C_D	(U_{max}/U_∞)	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Badminton	6.0	5	13.4	137	6.7	3e + 04	0.64	20.4	4.6	22.1	14
Tennis	6.5	55	24	73	22	1e + 05	0.56	3.32	49.3	31.3	67
Table tennis	4.0	2.5	2.70	32	10	3e + 04	0.36	3.20	9.2	31.5	12
Squash	4.0	24	9.75	78	34	9e + 04	0.30	2.31	106	34.0	113
Jai alai	6.5	120	54.0	83	41	2e + 05	0.38	2.01	159	35.1	152
Golf	4.2	45	225	91	48	1e + 05	0.23	1.90	235	35.6	214
Volleyball	21	210	18	37	20	3e + 05	0.25	1.85	40.4	35.8	36
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75
Softball	9.7	190	76	47	33	2e + 05	0.38	1.42	113	37.9	80
Baseball	7.0	145	110	54	40	2e + 05	0.38	1.35	165	38.3	111
Lacrosse	6.3	143	100	50	48	2e + 05	0.35	1.04	215	40.1	110
Handball	19	450	40	27	36	5e + 05	0.20	0.75	132	41.9	45
Basketball	24	650	28	16	31	5e + 05	0.24	0.52	99.8	43.3	20

Taille du terrain

Portée

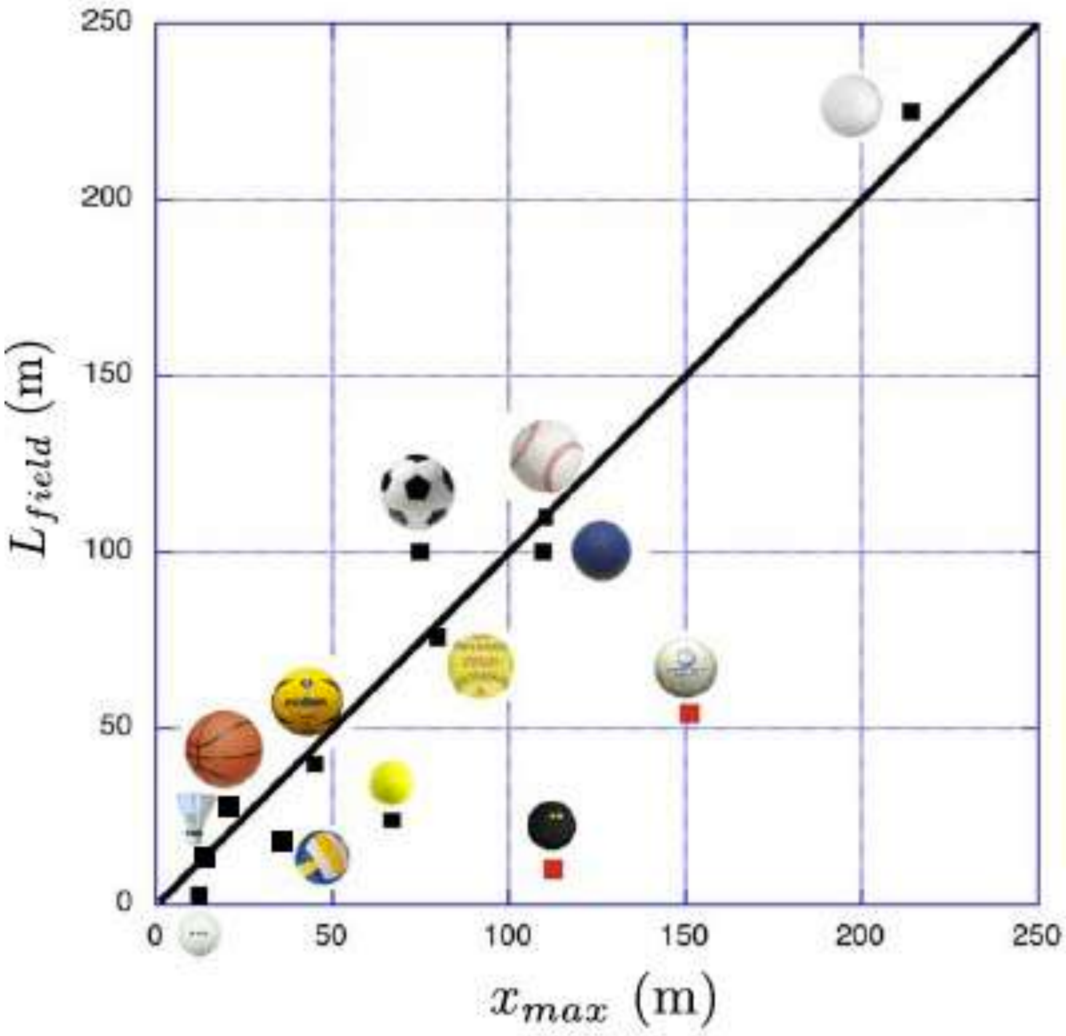
Et pour les autres sports ?



Taille des terrains de sport pas si arbitraire !

Source: *On the size of sport fields,* Darbois-Texier *et al.*, New Journal of Physics (2014)

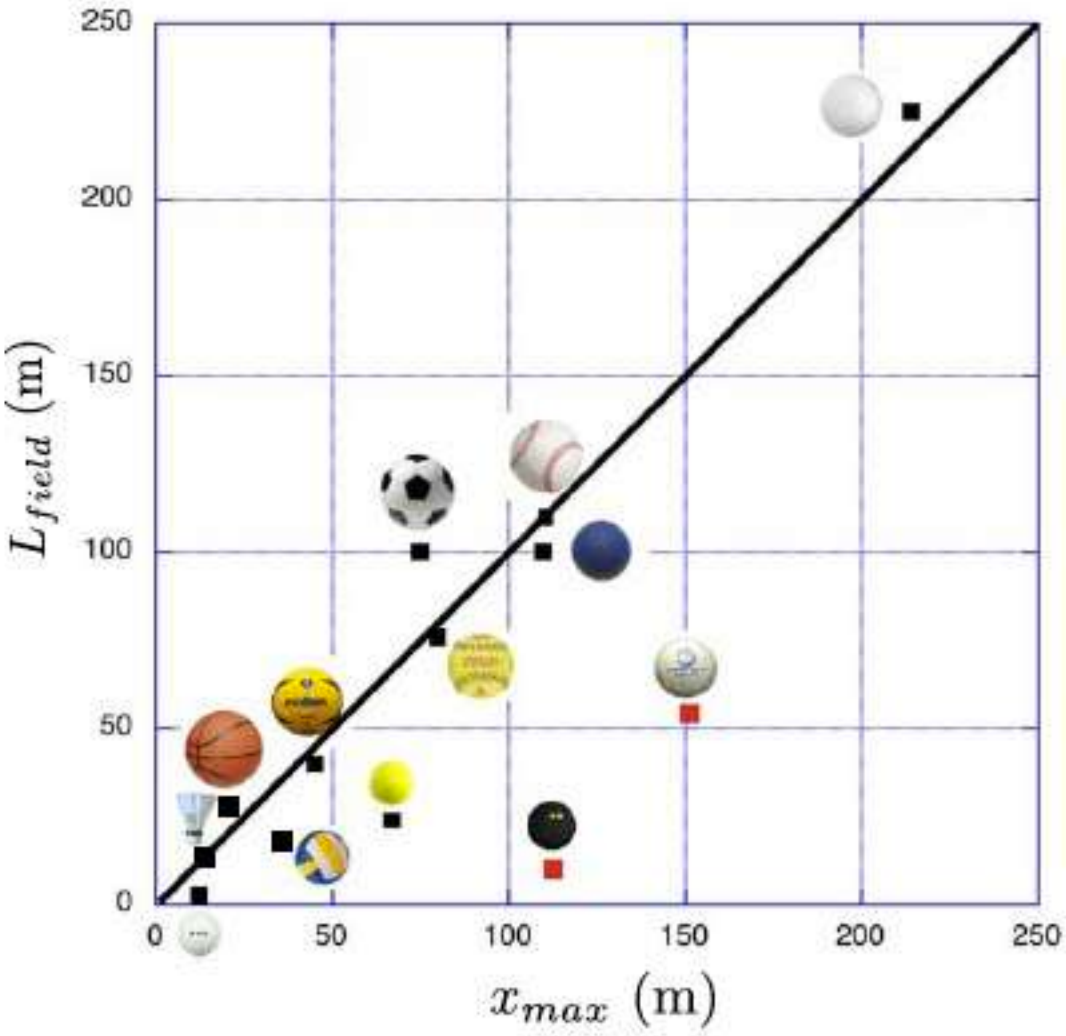
Et pour les autres sports ?



Taille des terrains de sport pas si arbitraire !

2 types de sports :
- sans murs (noir)
- avec murs (rouge)

Et pour les autres sports ?

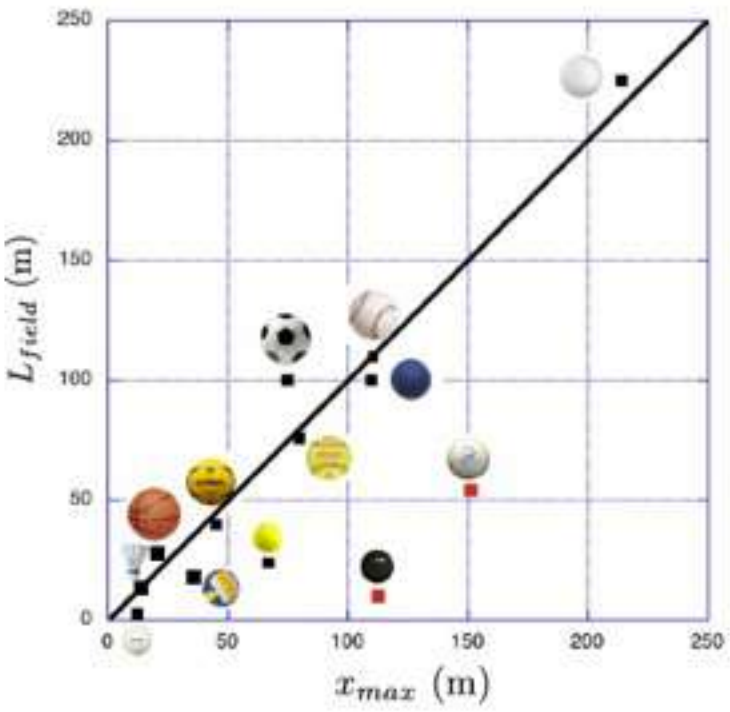


Taille des terrains de sport pas si arbitraire !

2 types de sports :
- sans murs (noir)
- avec murs (rouge)

Hors du terrain = points ou pas ?

Peut-on améliorer ce classement ?



A jouer badminton semble plus proche du tennis que du handball mais peu visible sur ce graphe.

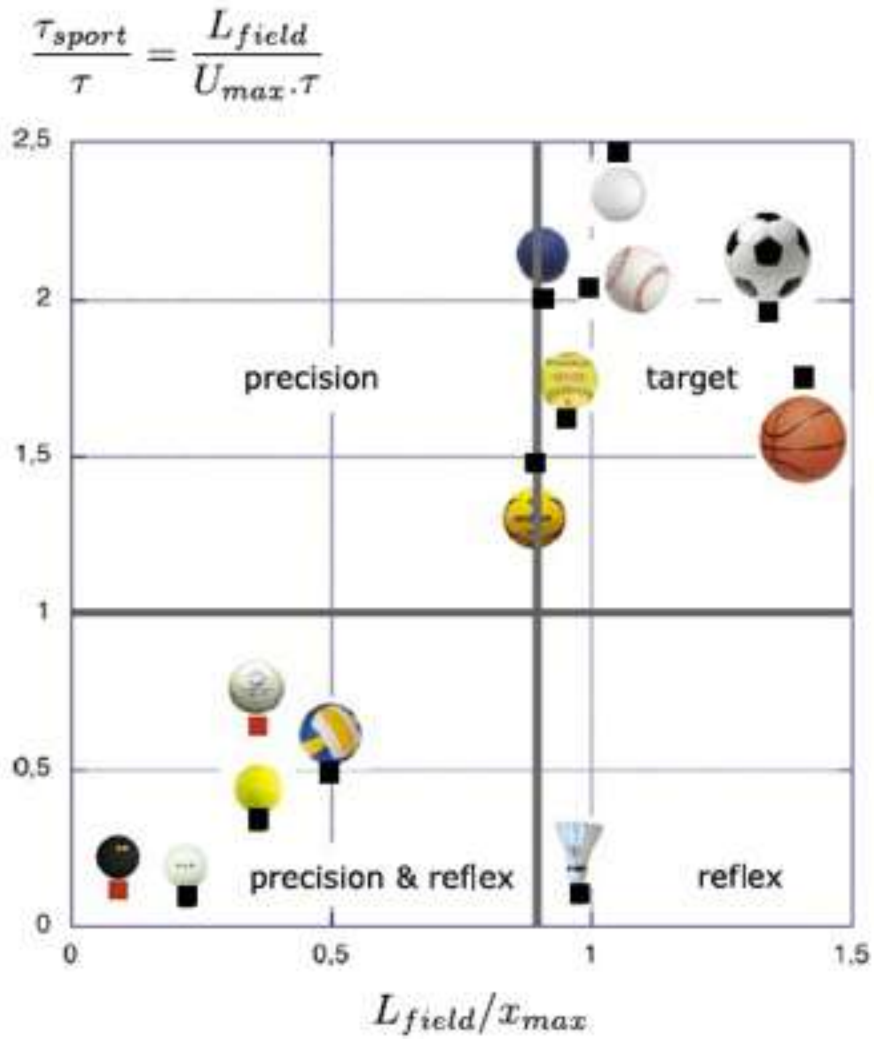
Idée : comparer aussi le temps que met le projectile à traverser le terrain

lundi 20 janvier 20

Peut-on améliorer ce classement ?

A gauche : sports de précision
A droite : sports de cible

En haut : sports «lents»
En bas : sports de réflexe



Source: *On the size of sport fields,* Darbois-Texier *et al.*, New Journal of Physics (2014)

Pour aller plus loin

Comment améliorer encore la portée ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} (m s^{-1})	U_{∞} (m s^{-1})	$Re = 2RU_{\infty}/\nu$	C_D	(U_{max}/U_{∞})	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75

Football : portée = 75 m pour le tir le plus puissant enregistré (180 km/h)...

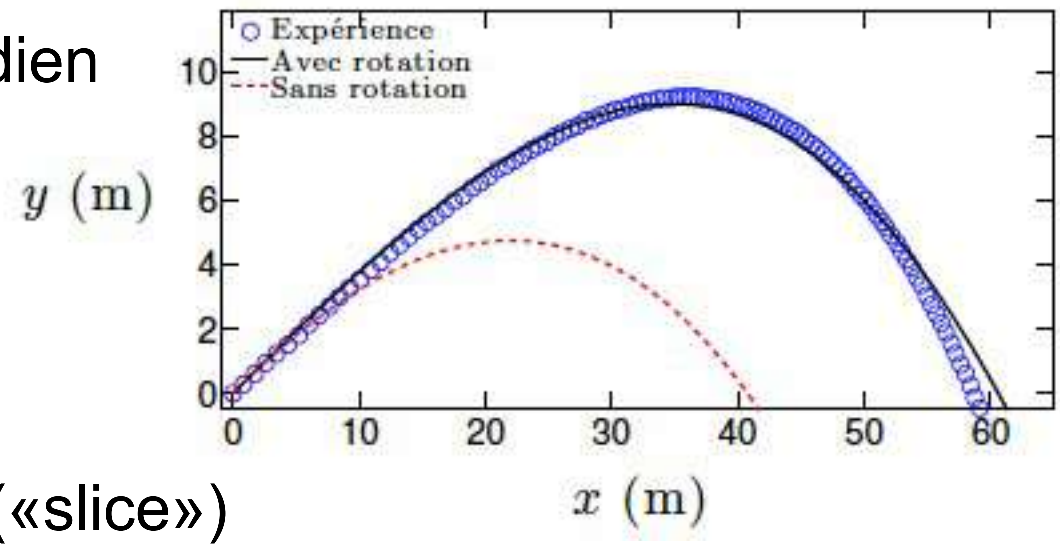
Mais dégagements de gardien quasiment aussi lointains

Comment améliorer encore la portée ?

Sport	$2R$ (cm)	M (g)	L_{field} (m)	U_{max} (m s^{-1})	U_{∞} (m s^{-1})	$Re = 2RU_{\infty}/\nu$	C_D	(U_{max}/U_{∞})	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Soccer	21	450	100	51	30	4e + 05	0.24	1.70	90.2	36.5	75

Football : portée = 75 m pour le tir le plus puissant enregistré (180 km/h)...

Mais dégagements de gardien quasiment aussi lointains



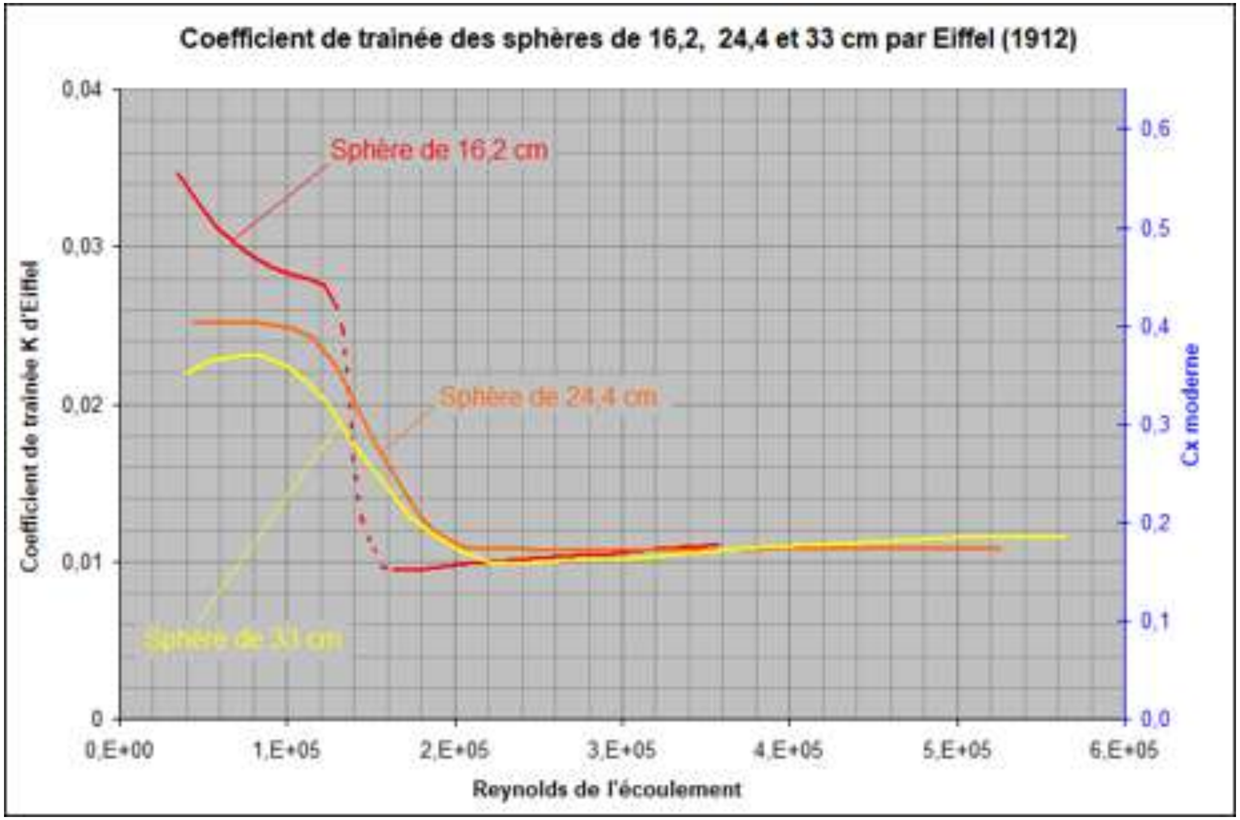
Cause : rotation du ballon («slice») donc effet Magnus

Comment améliorer encore la portée ?

Structure des balles de golf

La crise de trainée

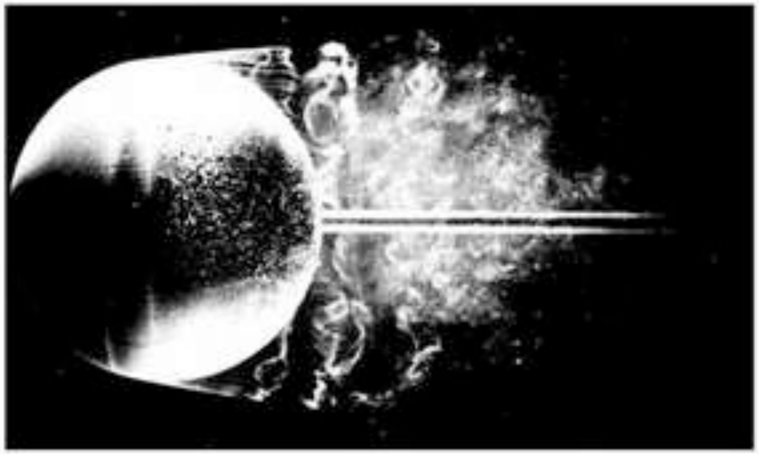
$$F_t = \frac{1}{2} C_d \rho S v^2$$



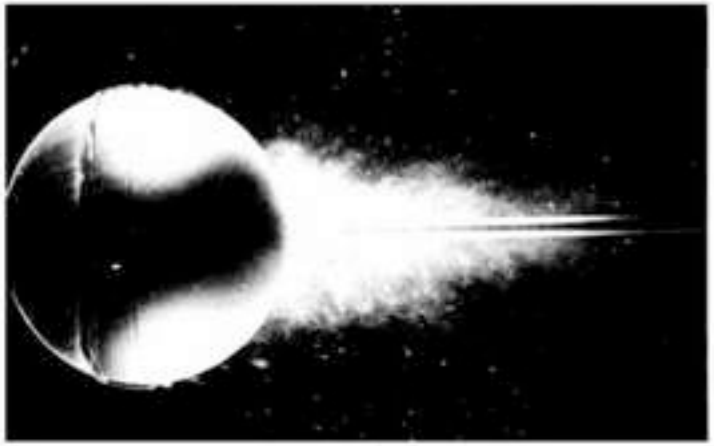
La trainée peut être plus faible à haute vitesse !

Comment améliorer encore la portée ?

Augmentation de la vitesse : régime laminaire -> turbulent



(a)



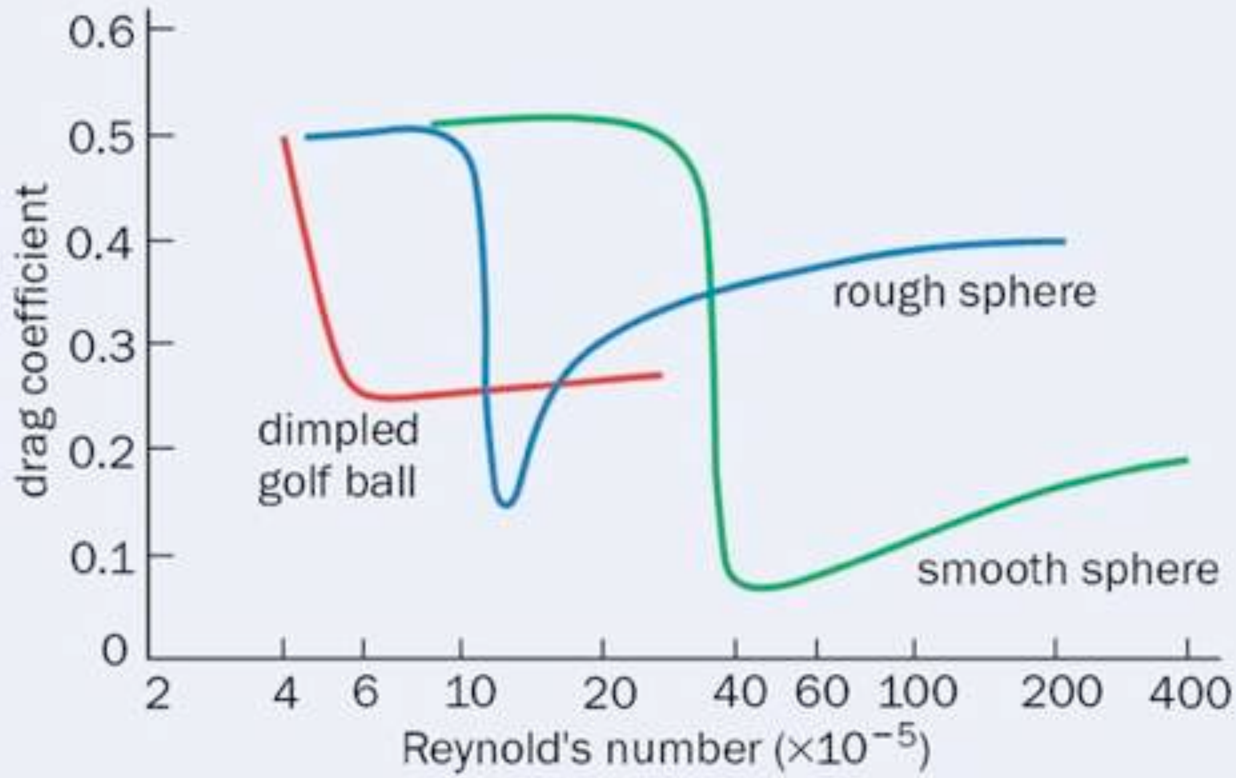
(b)

Couche limite turbulente plus stable : moins de tourbillons, donc moins de trainée

Source: Thèse de doctorat de Amélie Danlos

Comment améliorer encore la portée ?

Structure des balles de golf



Source : *The physics of football,* Physics world (1998)

Comment améliorer encore la portée ?

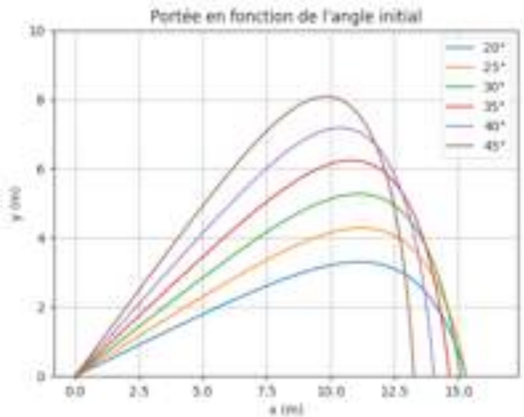
Ultimate

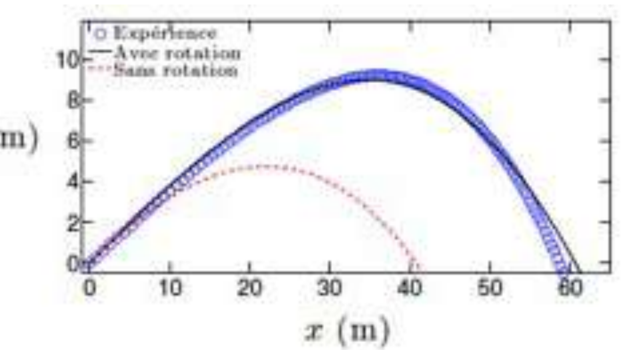
Comment améliorer encore la portée ?

Ultimate : force de portance

Conclusion

La résolution numérique d'équations différentielles est un outil très performant.

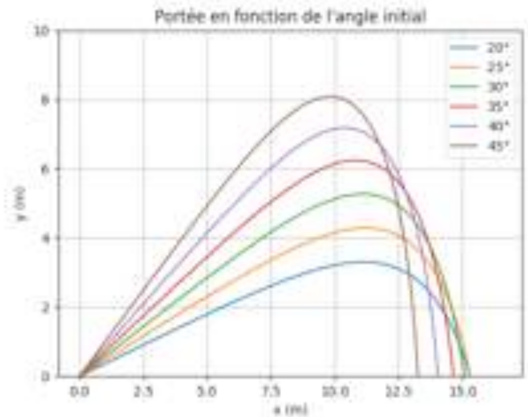




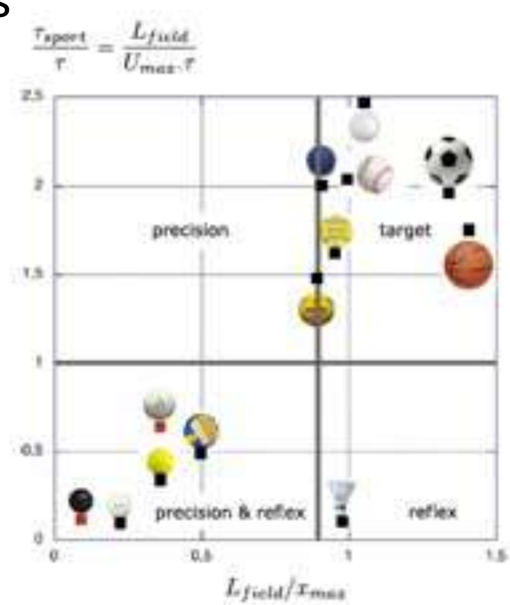
lundi 20 janvier 20

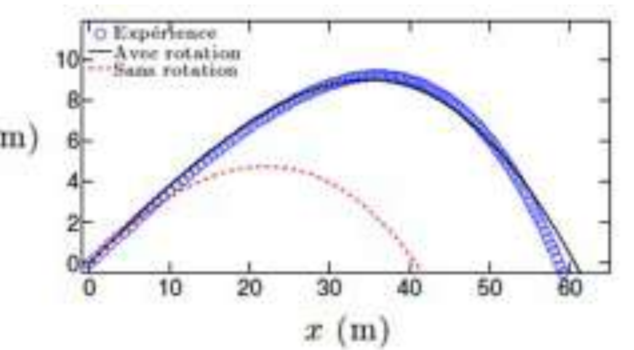
Conclusion

La résolution numérique d’équations différentielles est un outil très performant.



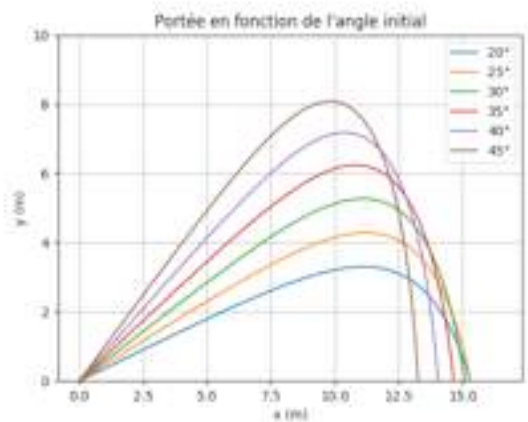
Permet de résoudre des problèmes de manière approchée de manière rapide et satisfaisante



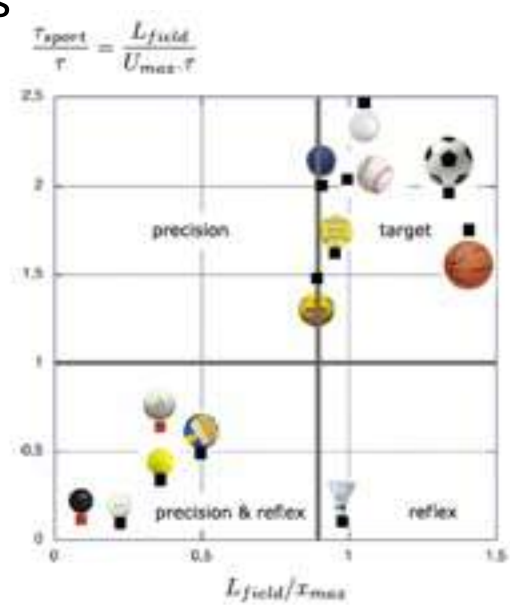


Conclusion

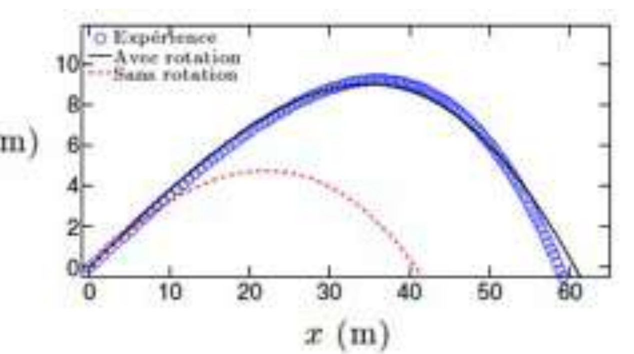
La résolution numérique d'équations différentielles est un outil très performant.



Permet de résoudre des problèmes de manière approchée de manière rapide et satisfaisante

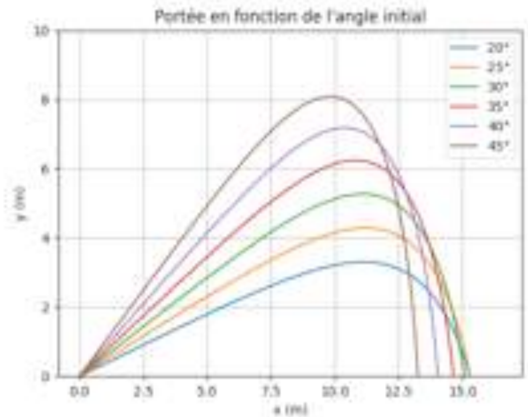


Classement «physique» des sports

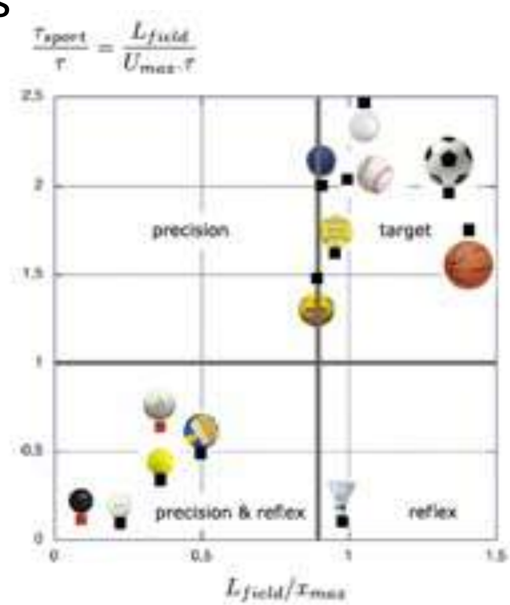


Conclusion

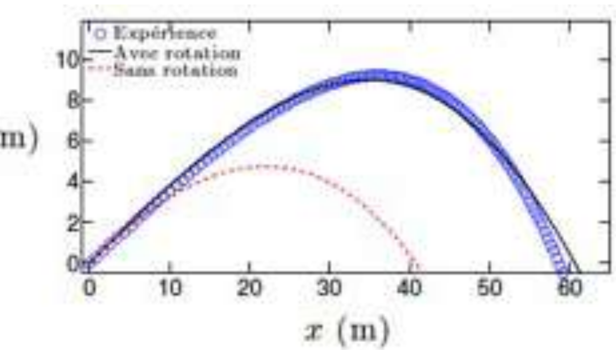
La résolution numérique d'équations différentielles est un outil très performant.



Permet de résoudre des problèmes de manière approchée de manière rapide et satisfaisante



Classement «physique» des sports



Possibilité d'améliorer les programmes pour prendre en compte à chaque fois des corrections (portance, effet Magnus, etc)

" Ce que je sais de la morale, c'est au football que je le dois. "
Albert Camus

Sources :

- «Tartaglia, zigzags, flips» : les particules denses à haut Reynolds, B. Darbois-Texier
- *On the size of sport fields,* Darbois-Texier *et al.*, New Journal of Physics (2014)
- *The physics of football,* T. Asal *et al.*, Physics world (1998)